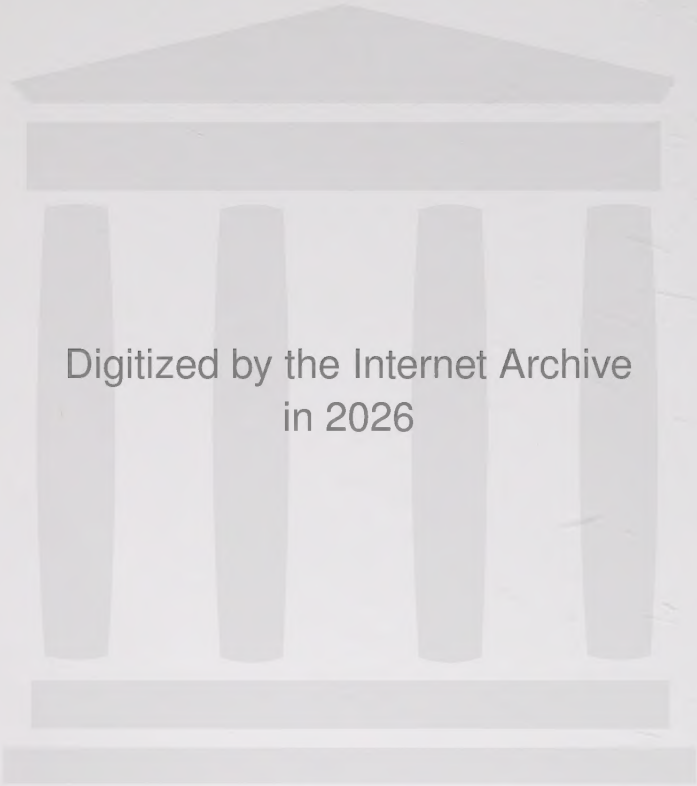
DIE UNBESTIMMTHEITSRELATIONEN ALS SCHLÜSSEL ZUM VERSTÄNDNIS ELEMENTARER QUANTENPHYSIK

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Erziehungswissenschaften
an der Pädagogischen Hochschule Ruhr in Dortmund

vorgelegt von
ROLF SCHWANEBERG
aus Schwerte
1979


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538105_0024

DIE UNBESTIMMTHEITSRELATIONEN ALS SCHLÜSSEL ZUM VERSTÄNDNIS ELEMENTARER QUANTENPHYSIK

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Erziehungswissenschaften
an der Pädagogischen Hochschule Ruhr in Dortmund

vorgelegt von
ROLF SCHWANEBERG
aus Schwerte

Drucklegung: Mai 1979

Referent: Prof. Dr. Nachtigall, PH Ruhr

Korreferent: Prof. Dr. Bormann, Universität Bochum

Tag der mündlichen Prüfung: 25. April 1979

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Herrn Prof. Dr. Nachtigall danke ich für seine zahlreichen Anregungen und Ratschläge, die vielen fördernden Diskussionen und seinen unermüdlichen und engagierten Einsatz - sowohl bei der Planung und Anfertigung dieser Arbeit als auch bei ihrer praktischen Erprobung im Rahmen der Vorlesung "Quanten".

Herrn Prof. Dr. Bormann verdanke ich zahlreiche Anregungen und Ratschläge, insbesondere bzgl. der endgültigen Fassung der zentralen Kapitel B und C.

Dank schulde ich auch Herrn Dr. Heege, der durch viele Diskussionen, Ratschläge und Korrekturen an dieser Arbeit mitgewirkt hat.

Ferner danke ich Frau Bräunlich für ihren unermüdlichen Einsatz bei der Erstellung der Endfassung dieser Arbeit.

INHALTSVERZEICHNIS

ÜBERSICHT.....S. 2

A. EINLEITUNG.....S. 4

I. Der historische Weg zur Quantentheorie.....S. 5
II. Die Quantenphysik in der Lehrerausbildung.....S. 7
III. Ein didaktischer Weg in die Quantenphysik.....S. 14

B. DIE IMPULS-ORT-UNBESTIMMTHEITSRELATION.....S. 27

I. Wellenpakete.....S. 27
II. Orts- und Impulsmessungen.....S. 51
III. Ununterscheidbarkeit.....S. 70
IV. Lokalisationsenergie.....S. 92
V. Grenzfall klassische Mechanik.....S. 109

C. DIE ENERGIE-ZEIT-UNBESTIMMTHEITSRELATION.....S. 128

I. Wechselwirkungsprozesse.....S. 129
II. Virtuelle Zustände.....S. 141
III. Gedankenexperimente von Einstein.....S. 156

D. Rückblick.....S. 164

I. Unbestimmtheit und Komplementarität.....S. 166
II. Die Vorlesung "Quanten" im SS 1978 an der PH Ruhr.....S. 173
III. Die didaktische Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen..S. 185

hang: QUANTENTHEORETISCHER FORMALISMUS UND UNBESTIMMTHEITSRELATIONEN..S. 189

I. Die formale Ableitung der Unbestimmtheitsrelationen.....S. 193
II. Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation und Störungstheorie....S. 202

LITERATURHINWEISE.....S. 216

Übersicht

Die vorliegende Arbeit ist der Bemühung gewidmet, im Bereich der Quantentheorie formale Übung zugunsten von humanem und erfolgreichem Lernen zu vermeiden.

In Hochschulkursen der Quantentheorie wird häufig der Formalismus gleichsam axiomatisch an den Anfang gesetzt. Der dadurch zunächst hervorgerufene "Fremdheitsschock" muß dann in einem langwierigen Gewöhnungsprozeß (z.B. mit zahlreichen Übungsaufgaben) abgebaut werden (was meistens nicht gelingt). Im einleitenden Teil A wird zunächst aus fachdidaktischer Sicht begründet, warum eine solche Vorgehensweise in der Lehrerausbildung nicht vertretbar ist. Stattdessen wird ein (von Experimenten ausgehender) Weg in die Quantenphysik vorgeschlagen, bei dem ihr theoretischer Rahmen nicht (oder zumindest nicht in einer ausgedehnten Anfangsphase) durch den üblichen Formalismus, sondern durch die Unbestimmtheitsrelationen repräsentiert wird.

In den Teilen B und C werden dann die möglichen Elemente eines solchen Kurses für Lehrerstudenten detailliert geschildert. (Viele Abschnitte des Teils B sind so einfach gehalten, daß sie auch im Unterricht der Sekundarstufe II verwendet werden können.) Die Auswahl und Anordnung ist so getroffen worden, daß dem Lernenden durch den ständigen Umgang mit den Unbestimmtheitsrelationen - durch Anwendung auf die verschiedensten Experimente, Systeme und Probleme der Quantenphysik - das ungewohnte Verhalten der Mikroteilchen vertraut wird. Indem der Lernende von verschiedenen Standpunkten aus die Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen erschließt, wird er in die Lage versetzt, die Unbestimmtheitsrelationen und damit auch die Grundlagen der Quantenphysik (ohne Behinderung durch einen schwierigen mathematischen Formalismus) wirklich zu verstehen.

Im rückblickenden Teil D wird dann gezeigt, daß die Beschäftigung mit den Unbestimmtheitsrelationen auf ein "komplementäres" Denken führt, welches nicht nur einen neuen Horizont physikalischer Erkenntnis erschließt, sondern auch Bereiche der Biologie, der Psychologie, der Philosophie und der Soziologie erfaßt. Im Anschluß daran wird über die Erfahrungen mit einer 2-stündigen Quantenphysik-Vorlesung im Sommersemester 1978 an der PH Ruhr berichtet.
Abschließend wird die große Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen für das Lehren und Lernen der Quantenphysik noch einmal zusammenfassend hervorgehoben.

Der Anhang befaßt sich mit dem Verhältnis der Unbestimmtheitsrelationen zum quantentheoretischen Formalismus. Speziell für die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation werden zwei Zugänge und ihre vereinfachten Darstellungen erläutert und zueinander in Beziehung gesetzt. Dieser Teil dient dazu, in der Physiklehrerausbildung tätige Dozenten über den physikalischen Hintergrund der Konzeption dieser Arbeit näher zu informieren.

A. EINLEITUNG

Vor einem halben Jahrhundert, im März 1927, reichte Werner Heisenberg bei der Zeitschrift für Physik eine Arbeit mit dem Titel "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik" ein /1/. Dieser Aufsatz, der die Einführung und Diskussion der Unbestimmtheitsrelationen enthält, war wohl einer der wichtigsten Beiträge auf dem Wege zu einer befriedigenden Deutung und Zusammenfassung der zum damaligen Zeitpunkt bereits vorliegenden mathematischen Formulierungen der Quantentheorie.

Die meisten elementaren Darstellungen der Quantenphysik beteuern zwar heute die überragende Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen, aber sie widmen ihnen merkwürdigerweise oft kaum mehr als eine halbe Seite, so daß dem Leser verborgen bleiben muß, was die Unbestimmtheitsrelationen bedeuten und warum sie gleichsam als das "Herz" der Quantenphysik angesehen werden können.

Gegenstand dieser Arbeit wird die Frage sein, welcher fachdidaktische Stellenwert heute den Unbestimmtheitsrelationen zukommt, deren fachliche Bedeutung vor einem halben Jahrhundert entdeckt wurde. Ferner soll dargestellt werden, wie unter Einbeziehung der Unbestimmtheitsrelationen eine fachdidaktisch befriedigende Umsetzung der fachwissenschaftlichen Entwicklung und Systematik der Quantentheorie für die Physiklehrerausbildung und für den Physikunterricht auf der Sekundarstufe II aussehen könnte.

A. I. Der historische Weg zur Quantentheorie

Werfen wir zunächst einen kurzen Blick auf die historische Entwicklung und insbesondere auf die Situation im Jahre 1926. Anschließend soll geklärt werden, ob der historische Werdegang in diesem Falle als ein Wegweiser für didaktische Überlegungen zum Aufbau eines Quantenphysikkurses für Lehrerstudenten dienen kann. Die Tab. 1 enthält einige wichtige Daten aus der Geschichte der Quantentheorie.

1900	Plancksche Strahlungsformel
1905	Einstein: Lichtquanten
1913	Bohrsches Atommodell
1914	Franck-Hertz-Versuch
1922	Compton-Effekt
1924	de-Broglie-Wellen
1926	Heisenberg, Born, Jordan: Matrizenmechanik Dirac: q-Zahlen-Mechanik Schrödinger: Wellenmechanik
1927	Heisenberg: Unbestimmtheitsrelationen

Tab.1: Einige wichtige Daten aus der Geschichte der Quantentheorie

Ein Vierteljahrhundert nach der Entdeckung des Planckschen Wirkungsquantums lagen im Jahre 1926 drei verschiedene mathematische Formulierungen der Quantentheorie vor, deren mathematische Äquivalenz zwar nachgewiesen war, aber deren physikalische Bedeutung noch weitgehend im Dunkel lag /2/.
Heisenberg schreibt über seine Gespräche mit Bohr zu jener Zeit:
„Freilich konnten wir beide nicht verstehen, wie ein so einfaches Phänomen wie etwa die Bahn eines Elektrons in der Nebelkammer mit dem mathematischen Formalismus der Quanten- oder

Wellenmechanik in Einklang gebracht werden könnte. In der Quantenmechanik kam der Bahnbegriff gar nicht vor, und in der Wellenmechanik konnte es zwar einen engen gerichteten Materiestrahl geben; der aber mußte sich allmählich über Raumgebiete ausbreiten, die sehr viel größer waren als der Durchmesser eines Elektrons." /3/

Diese unbefriedigende Situation wurde durch die Einführung der Unbestimmtheitsrelationen geklärt. Eine tragfähige Brücke zwischen dem Formalismus einerseits und den experimentellen Erfahrungen andererseits war gebaut. Die verschiedenen mathematischen Formulierungen konnten zusammengefaßt und befriedigend gedeutet werden, und zwischen die bisher anscheinend unvereinbar nebeneinanderstehenden Korpuskel-*) und Welleneigenschaften der Materie war ein Vermittler getreten. Erst jetzt konnte von einem wirklichen Ver-stehen der Quantenphysik gesprochen werden: die von verschiedenen Stand-Punkten aus gewonnenen Sichtweisen**) wurden zu einer einheitlichen Quantentheorie zusammengefaßt; aus dem bereits vorliegenden mathematischen Formalismus war im nachhinein eine konsistente physikalische Theorie geworden. Ein solcher Vorgang ist in der Physik durchaus nichts Ungewöhnliches: nicht nur im Falle der Quantentheorie ging „der Formalismus dem Verstehen voraus. Maxwell leitet seine Feldgleichungen ab, indem er von einem etwas seltsamen quasimechanischen Modell ausging. Die Lorentz-Transformationen, worin sich der gesamte Inhalt der speziellen Relativität konzentriert, kannte man, bevor Einstein eine einfache Erklärung für sie gab, die sie verständlich machte." /4/

---

*) Um Verwechslungen zwischen dem klassischen Teilchenbegriff und dem Teilchenbegriff der Quantenphysik zu vermeiden, werden im folgenden klassische Teilchen mit "Korpuskel" und quantenphysikalische Teilchen mit "Mikroteilchen" bezeichnet, sofern nicht schon aus dem jeweiligen Zusammenhang eindeutig hervorgeht, welcher Teilchenbegriff gemeint ist.

**) Etymologisch heißt eine Sache "verstehen", diese Sache von verschiedenen Standpunkten aus zu betrachten (und damit verschiedene Aspekte der gleichen Sache zu beachten).

A. II. Die Quantenphysik in der Lehrerausbildung

Der hier kurz skizzierte historische Weg - vom mathematischen Formalismus zur physikalischen Deutung - scheint nicht selten als Vorbild für die Hochschulausbildung in Quantentheorie zu dienen, denn eine gebräuchliche Methode des Lehrens der Quantentheorie besteht darin, den Formalismus gleichsam axiomatisch an den Anfang zu setzen. Der dadurch zunächst hervorgerufene "Fremdheitsschock" muß dann in einem langwierigen Gewöhnungsprozeß (z.B. mit zahlreichen Übungsaufgaben) allmählich abgebaut werden. Die Deutung der formalen Beziehungen wird erst anschließend an einigen speziellen Systemen und Experimenten vorgenommen.

Dazu einige Beispiele:

a) Es werden umfangreiche Rechnungen mit Gaußschen Wellenpaketen durchgeführt /z.B. entsprechend 5 oder 6/, ohne daß dabei das Verhältnis der Wellen- und der Korpuskeleigenschaften der Mikroteilchen klar herausgearbeitet wird. Daher identifizieren viele Studenten die mathematische Methode der Fouriersynthese von Wellenpaketen (die u.a. auch in der Akustik und in der Elektrodynamik angewendet wird) mit der quantenphysikalischen Teilchenbewegung.

b) Die stationären Zustände des Wasserstoffatoms werden mit einem großen mathematischen Aufwand unter Entwicklung der Theorie der Kugelflächenfunktionen und der Laguerreschen Polynome /z.B. entsprechend 7 oder 8/ in ca. 4 - 6 Vorlesungsstunden berechnet. Aber eine Interpretation der Ergebnisse und insbesondere eine Diskussion der Wechselwirkung der Atome mit der Umgebung, die einen Bezug zu experimentellen Ergebnissen (z.B. Atomspektren, Franck-Hertz-Versuch, chemische Bindung) herstellen würde, wird aus angeblichem "Zeitmangel" oft nicht mehr vorgenommen. ("Zeitmangel" ist hier Ausdruck eines überfrachteten und falsch befrachteten Stoffplanes.)

c) Es wird /z.B. entsprechend 9/ die quantenmechanische Wellenfunktion für das Teilchen an der Potentialschwelle berechnet (ca. 1 Stunde Rechenzeit!) und dabei der sog. Tunneleffekt besprochen. Um den Tunneleffekt zu verstehen, sind diese Rechnungen jedoch nicht notwendig; ja, sie können sogar das Verständnis dafür behindern, daß der Tunneleffekt eine Folge der Welleneigenschaften der Mikroteilchen ist, und daß ein analoger "Tunneleffekt" deshalb auch bei allen klassischen Wellenarten auftritt /20/.

Wenden wir uns nun der Frage zu, ob die oben skizzierte, mit dem Formalismus beginnende Vorgehensweise wenigstens im Prinzip in der Lehrerausbildung vertretbar ist.

„Die Lehrerausbildung hat zwei Hauptaufgaben: einmal die Vermittlung fachlicher Kenntnisse und Fähigkeiten, zum anderen die Vermittlung der Fähigkeit zur Auswahl und Integration von fachlichen Inhalten mit pädagogisch begründeten Zielen und deren schulpraktische Verwirklichung auf der Basis einer theoretisch untermauerten didaktischen Strategie, unter Berücksichtigung soziokultureller und psychostruktureller Determinanten und mit Benutzung problemadäquater Medien. Die zweite Aufgabe wird bis heute in der Lehrerausbildung, vor allem an Universitäten, nicht gelöst. In der ersten Phase wird sie von den dort Verantwortlichen meistens nicht erkannt bzw. häufig nicht anerkannt, so daß es bei unverbundener Theorievermittlung im Studium von Einzelwissenschaften bleibt. In der zweiten Phase kann schon aus zeitlichen und personellen Gründen nicht nachgeholt werden, was in der ersten versäumt wurde. In der Regel bleibt es hier bei theoriedefizitären Praxisversuchen, die nicht an den Ausbildungsstand der ersten Phase anknüpfen." /21/

Eine dergestalt organisierte, nicht berufsgerechte Lehrerausbildung führt häufig zu einem "kranken Lehrerethos" /22/ mit einem vor allem fachwissenschaftlich gepragten beruflichen Selbstverständnis:„Die Auseinandersetzung mit der geistigen

Struktur der Schüler, das behutsame Helfen bei der geistigen Entwicklung, das individuelle Eingehen auf Schülerinteressen, die Bereitschaft, in Wechselwirkung mit der Schulklasse selbst dazuzulernen, eigenes Verhalten in Frage zu stellen, neben der Rolle als Meister auch die Rolle des Gesellen und des Vertrauten zu übernehmen", all das wird dann zu oft verdrängt oder vergessen zugunsten eines ausschließlich an Fakten und fachwissenschaftlichen Strukturen orientierten Unterrichtens /22/.

Als einzig sinnvoller Ausweg aus dieser Misere muß die Entwicklung der Fachdidaktik als eigenständige Wissenschaft, als die eigentliche Berufswissenschaft der Lehrer aller Stufen /23/ angesehen werden. Denn allein die Fachdidaktik ist in der Lage, eine tragfähige Brücke von der Fachwissenschaft zur Erziehungswissenschaft zu schlagen, so „daß Erkenntnisse der pädagogischen Psychologie und der Sozialwissenschaft zugleich mit und am fachwissenschaftlichen Gegenstand gelehrt und im Unterrichtsprozeß erfahren werden." /22/ Nur die Fachdidaktik kann die Erkenntnisse, Probleme und Methoden der Fachwissenschaft (hier der Physik) und der anderen für die Physikvermittlung relevanten Wissenschaften (Pädagogik, Psychologie, Soziologie, Philosophie, Geschichte u.a.) gemäß einer vorgängigen "Bildungsphilosophie" /22/ in Hinblick auf das Berufsfeld des Physiklehrers - d.h. in Hinblick auf den Physikunterricht - integrieren.

Der Physikunterricht wird hier nicht als Vorbereitung für ein Physikstudium verstanden. Mit der "Schulphysik" ist darum keine "verdünnte", durch Auslassungen und vereinfachten Formalismus gekennzeichnete Primitivform der akademischen Disziplin gemeint. „Vielmehr soll sie auch und gerade jener Überzahl an Schülern, die nicht Physiker werden, helfen, ihre stark naturwissenschaftlich und technisch geprägte Lebenswelt verstehen und einsichtig gestalten zu können." /24/

„Soll der Physikunterricht als Zielgruppe das Gros der Schüler ansprechen, dann werden Physiklehrer benötigt, die als Ausbildungsschwerpunkt nicht so sehr wie der Diplomphysiker die

Methoden der Physik erfahren haben, sondern viel mehr die Struktur der Physik, und bei denen nicht so sehr auf die Entwicklung der Fähigkeit geachtet wurde, das Fach anzuwenden und seinen Rahmen zu erweitern, als vielmehr auf die Entwicklung der Fähigkeit, das Fach zu vermitteln und zu ordnen. Das fachliche Problem einer Physiklehrerausbildung besteht also keineswegs darin, eine vorhandene Standardausbildung in geeigneter Weise zu verdünnen, sondern danach zu suchen, was eigentlich strenge Physik in Hinblick auf die Schule heißt." /25/

Aufgrund psychologischer und curricularer Überlegungen wird die Lösung dieses Problems im Bereich "Physik und ihre Didaktik" der PH Ruhr in einer "Konzeptuellen Darstellung der Physik"/26/ gesucht. Verschiedene Bereiche der Physik werden nach allgemeinen Begriffen (an der PH Ruhr: Teilchen, Felder, Wellen, Quanten) zusammengefaßt „und nach didaktischen Gesichtspunkten so dargestellt, daß es möglich wird, physikalische Inhalte (dazu gehören auch die fachlichen Methoden!) für verschiedene geistige Entwicklungsstufen angemessen einführen und lehren zu können. Die fachlichen Inhalte müssen dabei so elementarisiert werden, daß eine spätere Erweiterung möglich ist, die das zuvor Gelernte ohne Widersprüche einschließt. Gesucht werden also gleichsam 'gröbere Raster', die nicht verfälschen bzw. verzerren, die vom Lernenden jedoch weniger 'Auflösung in komplizierte Details' erfordern." /27/

Konzepte stellen aber auch eine Gefahr dar, wenn die in sich konsistente fachwissenschaftliche Struktur, die den Physiker in ihrer Geschlossenheit befriedigt, den Physiklehrer (wie auch den lehrenden Physiker an der Hochschule) dazu verleitet, so umfassende, weitreichende Begriffe wie "Feld" oder "Welle" per Definition seinem Unterricht voranzustellen.

„Die Physik extrahiert aber aus dem tatsächlichen'Kausalfilz der Phänomene' nur das, was sich in eindeutigen Alternativen fassen läßt. So wird der Unterricht, der die Bedeutung einer vorab gegebenen Definition klären soll, schwerlich den Rahmen verlassen können, der durch die physikalische Begriffsbildung und die damit verbundene 'logische Abblendung' gesetzt wird."/28/

„Ein Unterricht, der auf scharfen Alternativen aufbaut, indem er die abstrakte Definition von Begriffen voranstellt, um dann später dieses 'Skelett' mit konkreten, anschaulichen Inhalten zu füllen - ein solcher Unterricht unterdrückt nachhaltig die Originalität und die Spontaneität des Schülers." /29/ Das zunächst erdrückende Übermaß an Erstmaligkeit (also an völlig Neuem, Unbekanntem) macht es notwendig, geistlos und stumpfsinnig zu üben (u.d.h. "inhuman" zu lernen), wobei nur zu leicht Verständnis durch Gewöhnung ersetzt wird /30/.

Um dem zu entgehen, sollte man die Lernenden zunächst mit Phänomenen vertraut machen und sich dabei nicht scheuen, eine unscharfe, gleichnishafte Bildersprache zu gebrauchen. „In einem Prozeß ständiger wechselseitiger Erhellung von Phänomenen und ihren sprachlich-bildhaften Korrelaten können dann die Regelmäßigkeiten zwischen den Naturerscheinungen (und nur davon handelt Physik!) mit wachsender Deutlichkeit hervortreten." /29/ Dabei sollte man zwischen verschiedenen Ebenen, z. B.

- der Ebene der materiellen Gegebenheiten (konkrete Experimente)
- der Ebene der umgangssprachlichen Beschreibung
- der Ebene der fachsprachlichen Beschreibung
- der Ebene der manuellen Fertigkeiten
- der Ebene der Vorstellungen im gedachten Raum (Gedankenexperimente)
- der Ebene der mathematisch-symbolischen Darstellung

ständig wechseln, um so immer wieder ein ausgewogenes Verhältnis von Erstmaligkeit (Neuem, Unbekanntem) und Bestätigung (Gekonntem, Bekanntem) /68,69/ zu erreichen und damit stumpfsinnige,

inhumane Übung zugunsten eines humanen und erfolgreichen - also "humanoptimalen" /30/ - Lernens zu vermeiden. „Ist z.B. die Erstmaligkeit auf der Ebene der Begriffe zu groß, dann kann man dadurch Abhilfe schaffen, daß die den Begriffen zugeordneten Operationen und materiellen Experimente vorgeführt - oder besser noch: selber ausgeführt werden", denn Erfahrung aus eigenem Handeln kann durch Beschreibung (auch in Gestalt einer Vorführung) nicht ersetzt werden. „Durch ein geschicktes 'Springen' zwischen verschiedenen Ebenen aus verschiedenen Bereichen schlägt man gleichsam zwei Fliegen mit einer Klappe: Durch ein günstiges Verhältnis von Erstmaligkeit und Bestätigung erreicht man den Bereich des humanoptimalen Lernens, gleichzeitig aber kommt es zusätzlich zu einer geistigen Verknüpfung der vielen verschiedenen Ebenen, die ja in der Beherrschung ihrer Gesamtheit das Wertvollste des physikalischen Denkens ausmachen: das Vorstellungsvermögen!" /30/

Fassen wir zusammen: Die Schüler sollten im Unterricht nicht Begriffe und fertige Modellvorstellungen übernehmen, um dann anschließend mit ihnen zu arbeiten; Begriffe und Modellvorstellungen sollten vielmehr von den Schülern erarbeitet und gemäß dem jeweiligen Entwicklungs-und Kenntnisstand der Schüler allmählich erweitert und verbessert werden /31-37/.

In entsprechender Weise müssen aber auch die Lehrerstudenten an Begriffe, Modellvorstellungen, formale Beschreibungsmethoden und Grundprinzipien der Physik herangeführt werden, da nach aller Erfahrung das eigene Lernen das spätere Lehren weitgehend prägt. Ein angehender Lehrer darf nicht zu Beginn mit dem "Hammer" des quantenphysikalischen Formalismus betäubt und so in seiner Spontaneität, Originalität und Aktivität weitgehend unterdrückt werden, Er muß vielmehr seinen Weg durch die Quantenphysik bewußt erleben, denn nur ein angehender Lehrer, der sich der Prozesse und Probleme seines eigenen Lernens voll bewußt wird, kann für die Lernschwierigkeiten seiner Schüler in ausreichendem Maße sensibilisiert werden. Der Formalismus der Quantenphysik gehört deshalb nicht an den Anfang eines Kurses für künftige Lehrer, sondern er sollte

- wenn überhaupt - erst nach einer sorgfältigen Einführung begründet und begründend entwickelt werden.
Gegenstände einer solchen Einführung wären:

- die grundlegenden Experimente der Quantenphysik (Fotoeffekt, Franck-Hertz-Versuch, Elektronenbeugung u.a.)
- die Beziehungen Energie $E = h \cdot \nu$ und Impuls $p = h/\lambda$, die einen Zusammenhang zwischen Korpuskel- und Wellenbild herstellen
- und schließlich die Unbestimmtheitsrelationen.

A. III. Ein didaktischer Weg in die Quantenphysik

„Die technische Revolution ist ermöglicht durch die Naturwissenschaft. Die zentrale Naturwissenschaft ist die Physik. Die zentrale Disziplin der heute bekannten Physik ist die Quantentheorie." /38/

Im letzten Kapitel wurde die Forderung erhoben(s.S.9f),daß der Physiklehrer möglichst allen seinen Schülern zu einem besseren Verständnis ihrer naturwissenschaftlich und technisch geprägten Lebenswelt verhelfen solle, und daß der Physiklehrer daher als Ausbildungsschwerpunkt nicht so sehr die Methoden, sondern viel mehr die Strukturen der Physik erfahren müsse. Wenn diese Forderung erfüllt werden soll, dann ist ein Quantenphysikkurs für Lehrer unverzichtbar.

Im letzten Kapitel wurde bereits eingehend begründet, warum ein Quantenphysikkurs für Lehrerstudenten nicht mit dem Formalismus beginnen sollte. Die einschlägige Literatur /z.B. 5 - 19/ ist somit für künftige Lehrer wenig geeignet, denn diese Bücher setzen meistens die Kenntnis der Funktionalanalysis, der Theorie der partiellen Differentialgleichungen, der Funktionentheorie oder der Hamilton-Jacobi-Theorie voraus und stützen sich häufig auf mindestens einen der genannten Themenkreise. Populärwissenschaftliche Darstellungen /z.B. 39 - 45/ sind zwar für den Lehrer sicherlich oft hilfreich, aber einen in Hinblick auf sein Berufsfeld konzipierten Kurs können sie natürlich nicht ersetzen.

Ein Quantenphysikkurs für Lehrerstudenten sollte mit einfachen (Schul-)Experimenten, die Hinweise auf Existenz, Eigenschaften und Aufbau von Atomen und Molekülen enthalten (vgl. Kap. D. II.), beginnen und dabei bewußt elementare, an alltäglichen Phänomenen orientierte, schülergemäße Fragestellungen verfolgen (vgl. S. 11f), z.B.:

- Woraus setzt sich ein Stoff (etwa Eisen oder Wasser) zusammen?
- Warum kann man Gase leicht zusammendrücken?
- Warum verdampfen Flüssigkeiten bei hohen Temperaturen?
- Was hält die festen Stoffe beieinander?
- Wie kommt der elektrische Strom durch den Draht?
- Wie entsteht das Licht?

Im weiteren Verlauf schließen sich dann Versuche und Filme an, die auf Korpuskeleigenschaften oder auf Welleneigenschaften von Photonen, Elektronen und anderen Mikroteilchen hinweisen. Eine kleine Auswahl dieser Versuche und Filme ist in Tab. 2 zusammengestellt. *)

Korpuskeleigenschaften	Welleneigenschaften
Photoeffekt (8F337)	Lichtbeugung am Spalt
Taylor-Experiment (8F336)	Lichtbeugung am Doppelspalt
Comptoneffekt (8F273)	Lichtbeugung am Gitter
Fadenstrahlrohr	Elektronenbeugungsröhre
Millikanversuch	Möllenstedt-Versuch (8F274)
Zählrohr	Elektronenbeugung am Doppelspalt (8F433 u. 436)
ENERGIE $E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega$	
IMPULS $p = h/\lambda = \hbar \cdot k$	

Tab. 2: Eine Auswahl einführender Versuche und Filme zur Quantenphysik

*) Nummern wie z. B. 8 F 337 bezeichnen Lehrfilme vom "Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht" (FWU), Bavaria-Film-Platz 3, 8022 Grünwald

Durch die quantitative Behandlung von einigen Versuchen aus dieser Tabelle wird man auf die beiden grundlegenden Beziehungen

$$\text{Energie} \quad E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega$$
$$\text{Impuls} \quad p = h/\lambda = \hbar \cdot k$$

geführt, die einen ersten Zusammenhang zwischen der Korpuskelvorstellung und der Wellenvorstellung der Mikroteilchen herstellen. Größen des Korpuskelbildes - Energie E und Impuls p - werden auf diese Weise mittels der Planckschen Konstanten h mit Größen des Wellenbildes - Frequenz ν und Wellenlänge λ - verknüpft, was auch in der Tab. 2 zum Ausdruck gebracht werden soll.

Von den in der Tab. 2 genannten Versuchen ist der Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen - nicht zuletzt wegen seines im Prinzip sehr einfachen Aufbaus - in besonderem Maße geeignet, typische quantenphysikalische Phänomene exemplarisch zu verdeutlichen. Dieser Versuch ist übrigens nicht nur ein Gedankenversuch, wie man vielfach noch lesen kann, sondern er wurde 1960 von Jönsson in Tübingen durchgeführt. /46/

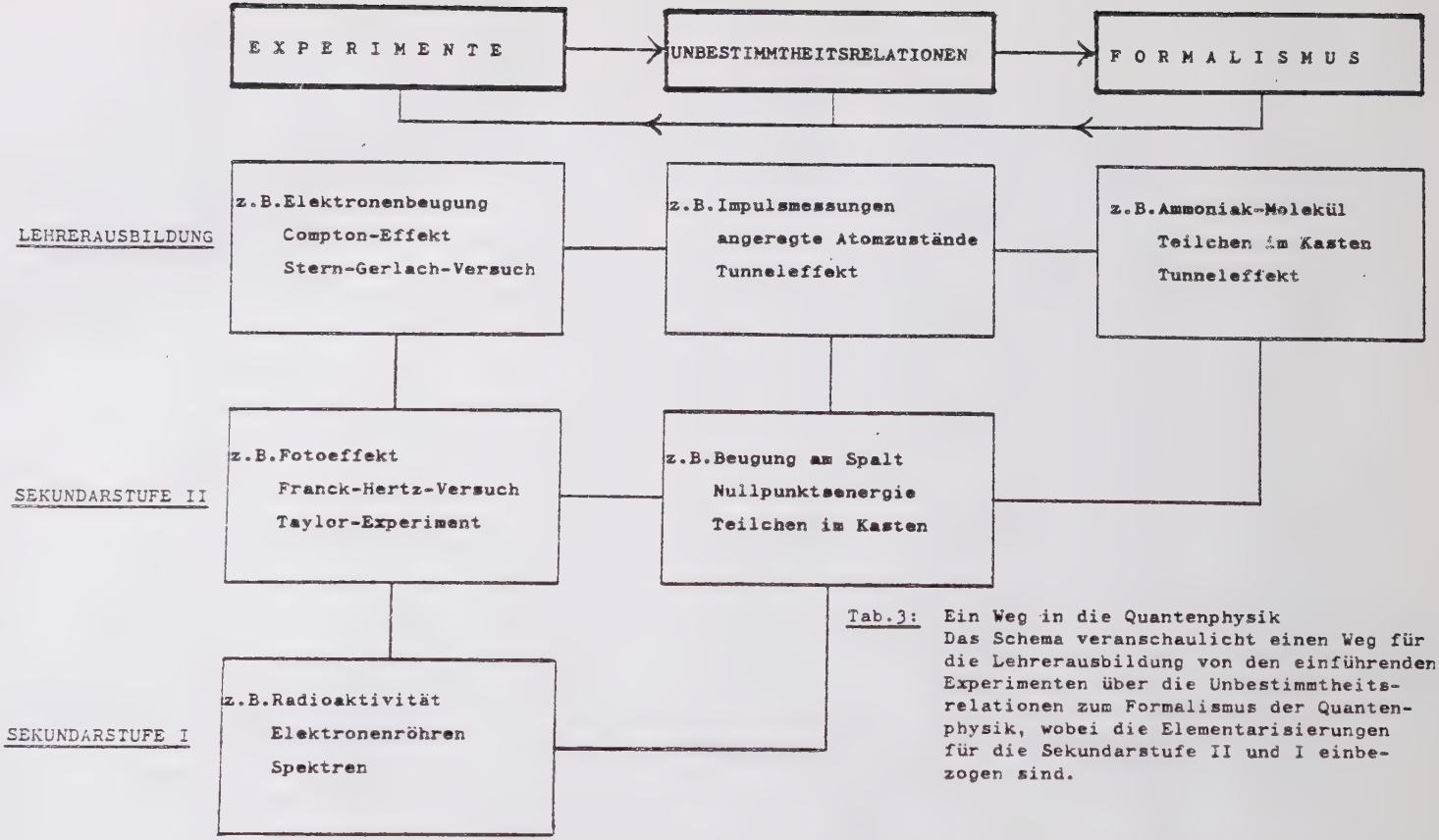
Eine auf den ersten Blick sehr merkwürdige, aber für die gesamte Quantenphysik charakteristische Eigenschaft des Doppelspaltversuches ist bekanntlich, daß die Interferenzstreifen immer dann verschwinden, wenn man experimentell bestimmt, durch welchen der beiden Spalte die Elektronen gehen. Wie läßt sich dieses erstaunliche Phänomen erklären, und wie können überhaupt die Korpuskel- und die Welleneigenschaften der Elektronen, die sich doch anscheinend kraß widersprechen, miteinander in Einklang gebracht werden?

Antworten auf diese zentralen Fragen der Quantenphysik sollten nun aber nicht mittels einer axiomatischen Einführung des quantentheoretischen Formalismus präsentiert werden, sondern vielmehr durch die Einführung, Deutung, Begründung und Anwendung der Unbestimmtheitsrelationen einsichtig entwickelt werden. In der Tabelle 3 ist ein möglicher Weg unter Einbe-

ziehung der Elementarisierungen für die Sekundarstufen II und I schematisch dargestellt. Die Unbestimmtheitsrelationen übernehmen in diesem Schema eine doppelte Funktion:

Einerseits dienen sie der Aufarbeitung und dem vertieften Verständnis der einführenden Experimente; der bei der Diskussion dieser Experimente zutage tretende Dualismus von klassischem Korpuskel- und Wellenbild erscheint dann nicht als unergründliches Mysterium oder als nebulöse Ausrede.
Die vom Anfänger zunächst nur mit Erstaunen zur Kenntnis genommenen merkwürdigen Ergebnisse quantenphysikalischer Experimente können durch die Entwicklung und Anwendung der Unbestimmtheitsrelationen in einen ersten theoretischen Rahmen gesetzt werden, der u.a. eine Präzisierung und Diskussion der den Dualismus betreffenden erkenntnistheoretischen Fragen erlaubt. Auf diese Weise ist es möglich, immer wieder zwischen verschiedenen Ebenen zu wechseln und so im Bereich des humanoptimalen Lernens (s.S. 11f) zu verbleiben, anstatt mit einem Zuviel an Erstmaligkeit–überwiegend auf der Ebene der mathematischen Darstellung - die Lernenden zu überfordern.

Andererseits stellen die Unbestimmtheitsrelationen aber auch ein Eingangstor zum Formalismus dar. Sie sind, was den Bereich der Quantenphysik betrifft, von kaum zu überbietender mathematischer Einfachheit; trotzdem erlauben sie für eine Fülle von auf den ersten Blick schwierigen Problemen (s.S.23, Tab.4) eine quantitative Diskussion. Aufgrund dieser zahlreichen quantitativen Ergebnisse bestehen dann für den Formalismus bereits etliche Grundlagen, die ein vorsichtiges, begründetes und begründendes Hineinführen in das Geflecht der formalen Beziehungen erleichtern. Durch Anwendung dieses Beziehungsgeflechtes auf die im Rahmen der Bereiche "Experimente" und "Unbestimmtheitsrelationen" (s. Tab. 3) bereits diskutierten Probleme entsteht dann schließlich für den Lernenden ein festes, formales Gerüst der Quantentheorie.



Tab.3: Ein Weg in die Quantenphysik
Das Schema veranschaulicht einen Weg für die Lehrerausbildung von den einführenden Experimenten über die Unbestimmtheitsrelationen zum Formalismus der Quantenphysik, wobei die Elementarisierungen für die Sekundarstufe II und I einbezogen sind.

Wenden wir uns nun der Frage zu, auf welche Weise man -ausgehend von geeigneten Experimenten (s.S. 15 , Tab. 2) - zu den Unbestimmtheitsrelationen gelangen kann. Häufig bedient man sich hier der Fouriersynthese und - analyse der Wellenpakete, und man gelangt so sehr schnell zu einer mathematischen Ableitung der Unbestimmtheitsrelationen. Aus der Sicht eines Anfängers wird aber damit nur ein Problem durch ein anderes, mindestens ebenso schwieriges ersetzt: Warum man nämlich durch Überlagerung unendlich vieler und unendlich langer harmonischer Wellenzüge erreichen kann, daß außerhalb einer endlichen Weg- bzw. Zeitspanne praktisch "nichts mehr kommt".

Um eine solche Scheinerklärung zu vermeiden, soll im nächsten Kapitel B. I. auf sehr einfache und anschauliche Weise (und ohne komplexe Zahlen) das Prinzip der Fouriersynthese von Wellenpaketen plausibel gemacht werden; anschließend ergeben sich dann in wenigen Schritten und ohne Schwierigkeiten die Unbestimmtheitsrelationen.

Mit einer solchen, mehr mathematischen Einführung über die Fouriersynthese der Wellenpakete ist aber noch lange kein Verständnis der Unbestimmtheitsrelationen erreicht. Erst durch den ständigen Umgang mit diesen Relationen - durch Anwendung auf die verschiedensten Experimente, Systeme und Probleme der Quantenphysik - kann dem Lernenden das fremdartige Verhalten der Mikroteilchen vertraut werden, das sich einer vollständigen Beschreibung durch Begriffe der klassischen Physik auf so merkwürdige Weise entzieht. Nur dadurch, daß der Lernende von verschiedenen Standpunkten aus die Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen, die als konstitutiver Bestandteil der Quantenphysik betrachtet werden müssen, erschließt, kann er in die Lage versetzt werden, die Unbestimmtheitsrelationen und die Grundlagen der Quantenphysik wirklich zu ver-stehen(s.S.6), statt sich lediglich an sie zu gewöhnen.

So befaßt sich z. B. das übernächste Kapitel B. II. mit verschiedenen Methoden von "Orts- und Impulsmessungen"; das folgende Kapitel B. III. ist dann dem Problem der "Ununterscheidbarkeit" gewidmet, und im Anschluß daran wird im Kapitel B. IV. die Bedeutung der "Lokalisationsenergie" diskutiert. Das Kapitel B. V. schließlich befaßt sich mit dem Verhältnis der Quantenphysik zur klassischen Mechanik. Einen kurzen Überblick über die insgesamt berücksichtigten Themenkreise vermittelt Tabelle 4 auf S.23.

Viele Abschnitte aus den fünf Kapiteln des Teils B, der der Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation gewidmet ist, sind so einfach gehalten, daß sie auch im Unterricht der Sekundarstufe II diskutiert werden können. Teil C, der sich mit der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation befaßt, wird dagegen wohl eher (einführenden) Kursen in der Lehrerausbildung vorbehalten bleiben.

Zusätzlich zu den üblichen Literaturhinweisen im Verlauf des Textes werden am Schluß der einzelnen Kapitel häufig ergänzende Literaturstellen aus vier ausgewählten, elementaren Darstellungen der Quantenphysik angegeben /47-50/.

Die Ausführungen dieser Arbeit bewegen sich im wesentlichen auf dem Boden der Kopenhagener Deutung der Quantentheorie. Hier könnte entgegnet werden, daß einige Fragen bei der Deutung der Quantentheorie seit über fünfzig Jahren heftig umstritten sind /s. z.B. 51 - 54/, und daß diese Auseinandersetzungen in den Lehrprozeß einbezogen werden sollten, um so dem Lernenden ein tieferes Verständnis der Quantentheorie zu vermitteln. Ein solches Verfahren eignet sich aber wohl nur für Adressaten,die bereits über einige Grundlagen der Quantentheorie verfügen können. Andere gewännen leicht den falschen Eindruck, die ohnehin für sie schwierige und nur im Anriß verstandene Quantentheorie sei überhaupt noch keine gesicherte Theorie, sondern lediglich eine Sammlung umstrittener Hypothesen /55/.

Gegen die in diesem Kapitel entworfene Vorgehensweise wird mitunter - zwar nicht so sehr aus didaktischer als vielmehr aus vermeintlich fachwissenschaftlicher Sicht - eingewendet, die Unbestimmtheitsrelationen (im folgenden Zitat mit (H) bezeichnet) seien lediglich das Endprodukt einer rein mathematischen Deduktion aus dem Formalismus der Quantentheorie, und das Aufzeigen von Beziehungen zwischen der klassischen Physik und den Unbestimmtheitsrelationen sei nicht nur überflüssig, sondern sogar irreführend:

„It also follows that any attempts to 'deduce' (H) from an analysis of experimental situations, whether genuine or ideal (gedankenexperiments), are misguided. In particular, the consideration of optical analogies - such as the diffraction of light through a double slit system - as well as Heisenberg's gamma rays microscope, are mistaken. Indeed, the reasoning in these cases is fallacious because it employs propositions belonging to optics, not to quantum mechanics - e.g. the formula for the resolving power of a lens, and that for the reciprocal relation between the bandwidth and the spatial spread of a wave packet. (In particular, these formulas are not applicable to the single photon because they concern macrophysical systems made up of millions of photons of different wavelengths.) All of these considerations are purely analogical or heuristic, and none is sufficient to establish (H). Moreover, none of them is necessary, for the derivations of (H) within the body of the theory is purely mathematical."/M.Bunge, 56/

Einem solchen Standpunkt, der in einer physikalischen Theorie dem mathematischen Formalismus die entscheidende Rolle zuschreibt /57/, muß jedoch entgegengehalten werden, daß in der Physik jede Theorie einer Deutung bedarf, wobei Ergebnisse der mathematischen Theorie mit Ergebnissen von Experimenten verknüpft werden. Anordnung und Ergebnisse von Experimenten müssen wir aber in den Begriffen der klassischen Physik beschreiben (vgl. S. 42 u. S. 125f). Die klassischen Begriffe sind also für die Deutung der Quantentheorie

unverzichtbar. Beziehungen zwischen der klassischen Physik und den Unbestimmtheitsrelationen sind nicht überflüssig oder gar irreführend, sondern für das Erlernen und Verstehen der Quantentheorie als physikalischer Theorie unbedingt notwendig. (Aber selbst wenn Bunge recht hätte, wäre seine Position für eine didaktische "Strategie" unbrauchbar; s.S.11).

Für die Didaktik der Quantentheorie bietet sich die Möglichkeit an, klassische Physik und Quantentheorie einander so verknüpfend gegenüberzustellen, daß aus der Sicht der einen Theorie die Unterschiede zur jeweils anderen deutlich werden. Dabei muß dann auch die Frage, wie sich die klassische Physik aus der erweiterten Sicht der Quantentheorie darstellt, ausdrücklich gestellt werden. Dieses Vorgehen erscheint gerade für Lehrer deshalb besonders günstig, weil deren kenntnis- und arbeitsmäßiger Schwerpunkt eindeutig im Bereich der klassischen Physik liegt. Klassische Physik und Quantentheorie können so durch wechselseitige Erhellung in ihren jeweiligen Eigenheiten deutlicher hervortreten /55/.

Die nun folgende Tabelle 4 soll einen Überblick über die in den Teilen B und C insgesamt berücksichtigten Themenkreise vermitteln. Die Seiten 24 - 26 beinhalten Erläuterungen zu Tabelle 4.

B. DIE IMPULS-ORT-UNBESTIMMTHEITSRELATION

B.I. Wellenpakete (S. 27)

1. Fouriersynthese von Wellenpaketen
2. Bewegung von Wellenpaketen
3. Auseinanderfließen von Wellenpaketen

B.II. Orts- und Impulsmessungen (S. 51)

1. Ortsmessung mit einer Spaltblende
2. Ortsmessung mit einem Mikroskop
3. Impulsmessung mit einem Gitter
4. Impulsmessung durch Ablenkung im Magnetfeld
5. Impulsmessung mit Hilfe des Dopplereffektes

B.III. Ununterscheidbarkeit (S. 70)

1. Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen
2. Kohärenzbedingung, Interferenz und Ununterscheidbarkeit
3. Teilchen im Kasten, harmonischer Oszillator und Wasserstoffatom

B.IV. Lokalisationsenergie (S. 92)

1. Grundzustand und Nullpunktsenergie
2. Gibt es Elektronen im Atomkern?
3. Delokalisationsenergie und chemische Bindung

B.V. Grenzfall klassische Mechanik (S. 109)

1. Klassischer Bahnbegriff
2. Wann ist eine klassische Beschreibung möglich?
3. Konsequenzen für den Unterricht

C. DIE ENERGIE-ZEIT-UNBESTIMMTHEITSRELATION

C.I. Wechselwirkungsprozesse (S. 129)

1. Stern-Gerlach-Versuch
2. Wellenpakete
3. Angeregte Atomzustände
4. Energieunbestimmtheit und klassische Beschreibung

C.II. Virtuelle Zustände (S. 141)

1. Tunneleffekt
2. Wechselwirkung von Elektronen und Photonen
3. Virtuelle Zustände und zeitliche Ordnung
4. Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen
5. Reichweite der starken Wechselwirkung

C.III. Gedankenexperimente von Einstein (S. 156)

1. Experiment von Einstein und Rupp
2. Photonenkasten-Experiment

Tab. 4: Aufbau eines Kurses über die Unbestimmtheitsrelationen

Erläuterungen zu Tab. 4

Im Kapitel B.I. über "Wellenpakete" wird gezeigt, daß sich die Korpuskel- und die Welleneigenschaften der Mikroteilchen durchaus miteinander in Einklang bringen lassen, wenn wir akzeptieren, daß Ort und Impuls von Mikroteilchen nicht gleichzeitig beliebig scharf bestimmt werden können, daß vielmehr Ort und Impuls entsprechend der Relation $\Delta p \cdot \Delta x \approx h$ "unbestimmt" sind. Unbestimmtheit bedeutet dabei aber nicht Unkenntnis eines "an sich" scharf definierten Ortes und Impulses, sondern die Unbestimmtheiten Δx und Δp sollen zum Ausdruck bringen, daß man Mikroteilchen einen Ort und einen Impuls im klassischen Sinne gar nicht zuschreiben kann. Die Anwendbarkeit der Begriffe Ort und Impuls auf die Gegenstände der Natur wird also durch die Unbestimmtheitsrelationen quantitativ begrenzt.

Im Kapitel B.II. wird dann vertiefend anhand von Beispielen gezeigt, daß sich Ort und Impuls eines Teilchens gleichzeitig auch gar nicht schärfer experimentell bestimmen lassen, als es gemäß der Unbestimmtheitsrelation möglich ist. Diese Beschränkung ist aber nicht auf Ablese- oder Instrumentenfehler zurückzuführen, sondern darauf, daß prinzipiell jede Messung das Meßobjekt in einer nicht vollständig kontrollierbaren Weise beeinflußt.

Im Kapitel B.III. kann anschließend erklärt werden, warum beim Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen die Interferenzstreifen immer dann verschwinden, wenn wir experimentell bestimmen, durch welchen Spalt die Elektronen gehen (und "experimentell bestimmen" bedeutet: wir, die Beobachter, machen es durch unseren aktiven experimentellen Eingriff "bestimmt", daß ein Elektron entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 geht). Weiterhin tritt der enge Zusammenhang zwischen Interferenz und Ununterscheidbarkeit deutlich hervor, wobei sich sogar die Möglichkeit eröffnet, mit sehr geringem mathematischen Aufwand die Energieniveaus des Teilchens im "Kasten", des harmonischen Oszillators und des Wasserstoffatoms zu berechnen.

Als Folgerung aus der Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation ergibt sich im Kapitel B.IV., daß zum Einengen des Aufenthaltsbereiches von Teilchen "Lokalisationsenergie" notwendig ist, und zwar um so mehr Energie, je schärfer das Teilchen lokalisiert werden soll. Damit lassen sich Fragen nach dem Grundzustand und der "Nullpunktsenergie" atomarer Systeme beantworten, es können Probleme der chemischen Bindung besprochen werden, und auch die Frage, ob es im Atomkern "eingesperrte" Elektronen geben kann, findet hier ihre Antwort.

Im Kapitel B.V. wird der Zusammenhang zwischen klassischer Mechanik und Quantenmechanik untersucht, wobei ein einfaches Kriterium dafür entwickelt wird, wann das Bewegungsverhalten von Mikroteilchen in guter Näherung mit den Begriffen der klassischen Mechanik beschrieben werden kann.

Die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ wird im Kapitel C.I. im Rahmen einer Diskussion der Stern-Gerlach-Versuches eingeführt und gedeutet und anschließend auf Wellenpakete und angeregte Atomzustände angewendet. Dabei zeigt sich, daß die "Zeitunbestimmtheit" Δt die Bedeutung einer Meß- oder Wechselwirkungsdauer hat. Die Energie eines physikalischen Objektes kann somit nicht in beliebig kurzer Zeit und zugleich beliebig genau gemessen werden.

Im Anschluß daran werden im Kapitel C.II. mit Hilfe der gedanklichen Vorstellung von unbeobachtbaren (oder virtuellen) Zwischenzuständen Erklärungen und Vorhersagen bzgl. des Tunneleffektes, der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Photonen sowie der Reichweite von Wechselwirkungen erarbeitet. Dabei läßt sich auch verdeutlichen, daß das Verständnis von Zeit als eine aus der Vergangenheit heraus irreversibel in die Zukunft gerichtete Ordnung der Ereignisse uns erst aus unseren Beobachtungen erwächst, die ja stets mit einer nicht vollständig kontrollierbaren und somit irreversiblen Beeinflussung des jeweiligen Beobachtungsobjektes verbunden sind.

Im Kapitel C.III. schließlich werden Gedankenexperimente diskutiert, mit denen Einstein den Nachweis erbringen wollte, daß die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie zu Widersprüchen führe, und daß insbesondere der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation keine allgemeine Gültigkeit zukomme. Bohr, Heisenberg u.a. konnten jedoch anhand von Meßanordnungen Einsteins Argumentation widerlegen. Beim Nachvollziehen der Gedankengänge von Einstein einerseits sowie von Bohr und Heisenberg andererseits wird wiederum deutlich, daß in der Quantenphysik einem Objekt eine physikalische Größe nur im Zusammenhang mit einem entsprechenden Meßprozeß (und d.h. einem experimentellen Eingriff!) sinnvoll zugeordnet werden kann.

Da die Korpuskel- und die Wellenvorstellung der Mikroteilchen nicht zu einem einheitlichen, anschaulichen (s.S.118)Bild der Mikroteilchen zusammengefaßt werden können, bereitet die zeichnerische Wiedergabe von Mikroteilchen Schwierigkeiten. Um aber auf die wertvolle Verständnishilfe der graphischen Darstellung nicht verzichten zu müssen, ist in den zahlreichen Abbildungen dieser Arbeit immer wieder versucht worden, neben den makroskopischen Versuchsanordnungen auch die Mikroteilchen einzubeziehen, wobei sie häufig durch eine Darstellung ihrer Aufenthaltswahrscheinlichkeit (durch eine "Aufenthaltswolke" unterschiedlicher Schwärzung - s.z.B. Abb. 23) repräsentiert werden. Die meisten Abbildungen dieser Arbeit sind also nicht etwa im Sinne zeichnerischer Vereinfachungen von Photographien aufzufassen, sondern vielmehr als Verständnishilfen für Sachverhalte, die sich prinzipiell nicht vollständig anschaulich darstellen lassen.

B. DIE IMPULS - ORT - UNBESTIMMTHEITSRELATION

Bevor wir im Kapitel B.III. das merkwürdige Verschwinden der Interferenzstreifen beim Elektronendoppelspaltversuch befriedigend erklären können, müssen wir uns zunächst dem Problem zuwenden, wie sich die Korpuskel- und die Welleneigenschaften der Elektronen und der anderen Mikroteilchen miteinander in Einklang bringen lassen, was allerdings nicht mehr im Rahmen der klassischen Physik möglich ist.

B.I. WELLENPAKETE

Die Interferenzstreifen beim Doppelspaltversuch mit Licht werden im Rahmen der Maxwellschen Theorie dadurch erklärt, daß man das Licht als elektromagnetische Welle auffaßt und die elektrische Feldstärke E durch Wellenfunktionen der Gestalt

$$E(x) = E_o \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

beschreibt, wobei λ die Wellenlänge bezeichnet /58/.

Die von Spalt 1 ausgehende Welle liefere an einem Ort S des Schirmes die elektrische Feldstärke $E_1(S)$ und die von Spalt 2 ausgehende Welle am gleichen Ort die Feldstärke $E_2(S)$ (s.Abb.1). Das Superpositionsprinzip für Wellen ergibt nun, daß die elektrische Feldstärke E am Ort S die Überlagerung der Einzelfeldstärken E_1 und E_2 ist:

$$E(S) = E_1(S) + E_2(S)$$

Die Lichtintensität I (präziser: die Energiestromdichte I, gemessen in J/m^2s) ist nach der Maxwellschen Theorie proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke /58/:

$$I(S) \sim (E_1(S) + E_2(S))^2$$

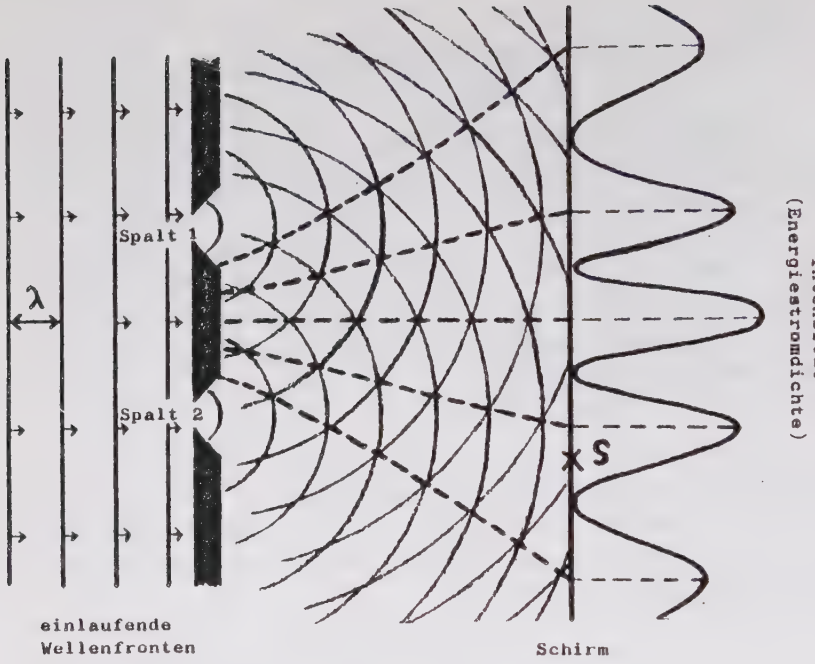


Abb. 1: Doppelspaltinterferenzversuch mit Licht

Von links fällt eine (ebene) elektromagnetische Welle auf eine Doppelspaltblende und wird an den beiden Spaltöffnungen gebeugt. Die von den beiden Spalten ausgehenden Wellen überlagern sich hinter der Blende, was zu einem System von hellen (gegenseitige Verstärkung) und dunklen Streifen (gegenseitige Auslöschung) auf dem Schirm führt.*)

Führt man diese Überlegungen für den Doppelspaltversuch im einzelnen durch, so erhält man als Ergebnis, daß die Intensität I hinter der Doppelspaltblende und insbesondere auf dem Schirm Maxima und Minima aufweist (s. Abb. 1), die den hellen und dunklen Interferenzstreifen entsprechen /59/.

Nun zeigen aber verschiedene Experimente (z.B. Photoeffekt, Taylorexperiment, Comptoneffekt), daß Licht neben den Welleneigenschaften auch Korpuskeleigenschaften hat. Diese Experimente legen es nahe, die Intensität I primär nicht als eine

*)Was hier in Abb.1 zusammengefaßt wurde, sollte für die Lernenden in eine Folge von Einzelbildern aufgefächert werden, die den Prozeß der Beugung und Interferenz deutlicher werden läßt.

Energiestromdichte gemäß der Maxwellschen Theorie aufzufassen, sondern zu einer Auftreffwahrscheinlichkeit oder Aufenthaltswahrscheinlichkeit für Photonen umzudeuten /60/.

Verallgemeinernd kann man nun neben den Photonen auch Elektronen und anderen Mikroteilchen aufgrund ihrer Welleneigenschaften Wellenfunktionen zuordnen, die die Gestalt

$$\Psi(x) = \Psi_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

haben oder Überlagerungen solcher harmonischen Wellenzüge sind. Das Quadrat der Wellenfunktion stellt dann eine Verteilung für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des betreffenden Mikroteilchens dar: In einem Bereich, wo die Wellenfunktion betragsmäßig große Funktionswerte hat, ist auch die Wahrscheinlichkeit groß, das betreffende Mikroteilchen bei einer experimentellen Bestimmung seines Ortes vorzufinden.

B.I.1. Die Fouriersynthese von Wellenpaketen

Betrachten wir zunächst eine Wellenfunktion der Form

$$\Psi(x) = \cos kx.$$

Die Amplitude Ψ_0 ist der Einfachheit halber gleich 1 gesetzt. Die Wellenzahl k ist mit der Wellenlänge λ durch die Beziehung

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

verknüpft (s. Abb.2). Ein solcher Wellenzug hat eine bestimmte Wellenlänge λ, und damit läßt sich diesem Wellenzug auch ein bestimmter Teilchenimpuls

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

zuordnen. Der Wellenzug ist aber unendlich lang; daher können wir über den Ort des zugehörigen Teilchens überhaupt keine Aussage machen.

Von einem Korpuskel erwarten wir jedoch, daß es neben seinem Impuls auch einen bestimmten Ort hat, oder zumindest in einem bestimmten (engen) Raumbereich zu finden ist.*) Somit stellt sich

*)Hier muß beachtet werden, daß die meisten Lernenden noch nicht bereit sind, die Vorstellung aufzugeben, jedes Teilchen habe "an und für sich" einen ganz bestimmten Ort.

für uns folgendes Problem: Wie läßt sich der Wellenzug $\cos kx$ so abändern, daß erstens unsere Kenntnis über die Wellenlänge λ und damit über den Teilchenimpuls p nicht völlig verloren geht, und daß zweitens auch von einem Ort oder wenigstens von einem bestimmten Aufenthaltsbereich des Teilchens gesprochen werden kann?

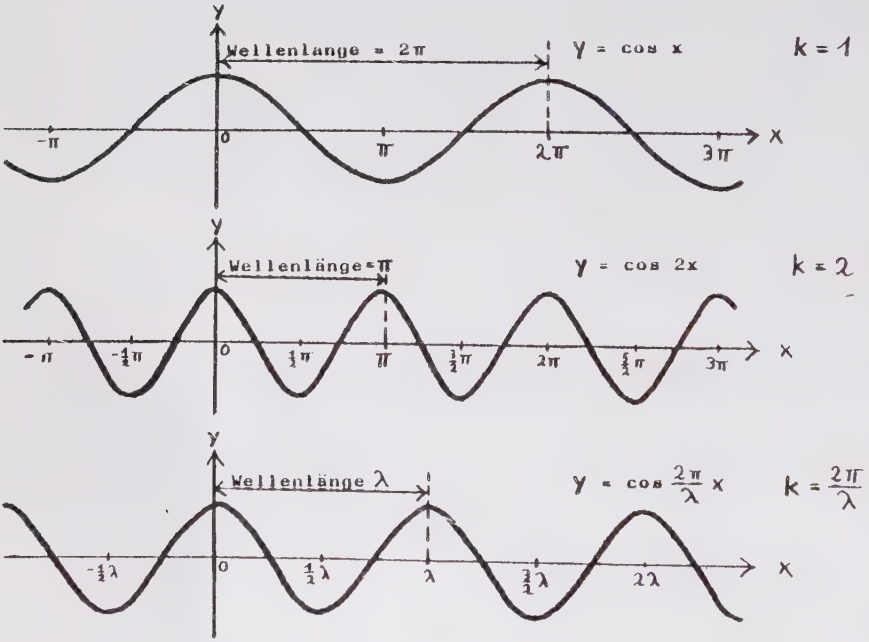


Abb. 2: Der Zusammenhang von Wellenlänge λ und Wellenzahl k

Wenn wir zwei unendlich lange Wellenzüge mit verschiedenen Wellenzahlen k_1 und k_2 überlagern (s. Abb. 3), so erhalten wir als Ergebnis die bekannten "Schwebungen"; diese hören aber noch nicht irgendwo auf oder werden im Verlauf der x-Achse allmählich schwächer, sondern man muß sie sich "bis ins Unendliche" fortgesetzt denken.

Wir wollen daher versuchen, mehr als nur zwei Wellenzüge auf anschauliche Weise zu überlagern, indem wir zunächst die "Schwebungen" der Abb. 3 in ein Zeigerdiagramm übersetzen und im Anschluß daran diese Methode auf die Überlagerung vieler Wellenzüge anwenden.

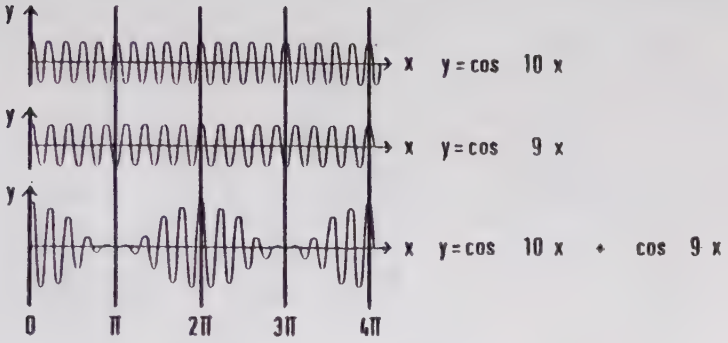


Abb. 3: Überlagerung zweier Wellenzüge

Damit wir die Überlagerung von Wellenzügen in einem Zeigerdiagramm darstellen können, gehen wir von räumlichen Wellenzügen der Form cos kx zu zeitlichen harmonischen Schwingungen der Form cos ωt über. Der Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ entspricht dann die Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$ mit der Schwingungsdauer T (s.Abb.4).

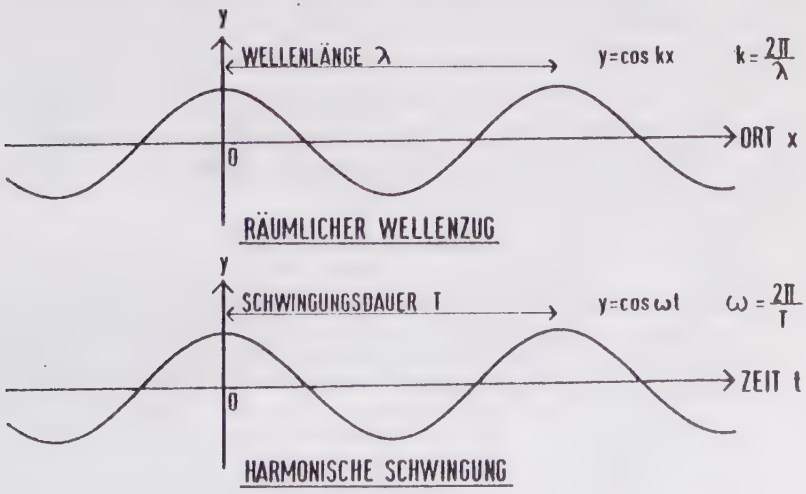


Abb. 4: Zur Entsprechung von Wellenzahl k und Kreisfrequenz ω

Eine Schwingung $A\cos\omega t$ kann dadurch dargestellt werden, daß ein Zeiger der Länge A mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um den Mittelpunkt eines rechtwinkligen Koordinationssystems rotiert (s. Abb. 5).

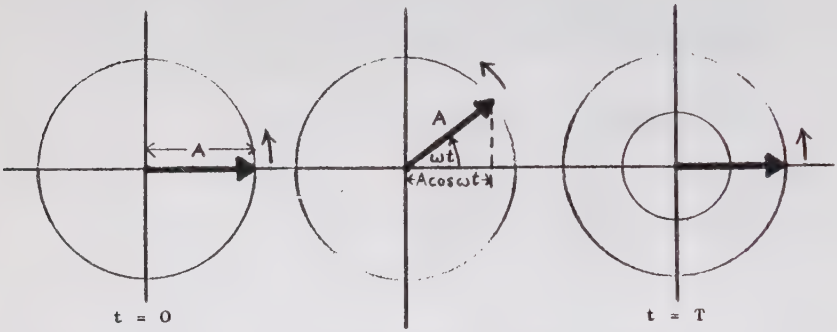


Abb. 5: Darstellung einer harmonischen Schwingung im Zeigerdiagramm. Nach der Zeit t hat der Zeiger der Länge A den Winkel $\varphi = \omega t$ überstrichen. Die Projektion des Zeigers auf die waagerechte Achse hat die Länge $A\cos\omega t$.*)

Die Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen $\cos\omega_1 t$ und $\cos\omega_2 t$ wird entsprechend veranschaulicht, indem man zwei Zeiger der Länge 1 mit den unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 gleichförmig rotieren läßt, und die beiden Zeiger für jeden Zeitpunkt t vektoriell addiert (s. Abb. 6). Wenn die Zeiger 1 und 2 nahe beieinander sind, erhalten wir relativ große Summenvektoren (Abb. 6, Bild 1 bis 3); zeigen sie ungefähr in entgegengesetzte Richtungen, so sind die Summenvektoren klein (Bild 6 bis 8).

---

*) In diesem Zusammenhang sei auf folgendes Experiment hingewiesen: Der Schatten eines Körpers, der sich auf einer Kreisbahn gleichförmig bewegt, wird auf eine Wand projeziert, die senkrecht zur Ebene der Kreisbahn steht. Zum Vergleich projeziert man direkt daneben den Schatten eines an einer Feder schwingenden Körpers. Anhand dieses Experimentes können auch die Bezeichnungen "Winkelgeschwindigkeit" und "Kreisfrequenz" für ω plausibel gemacht werden.

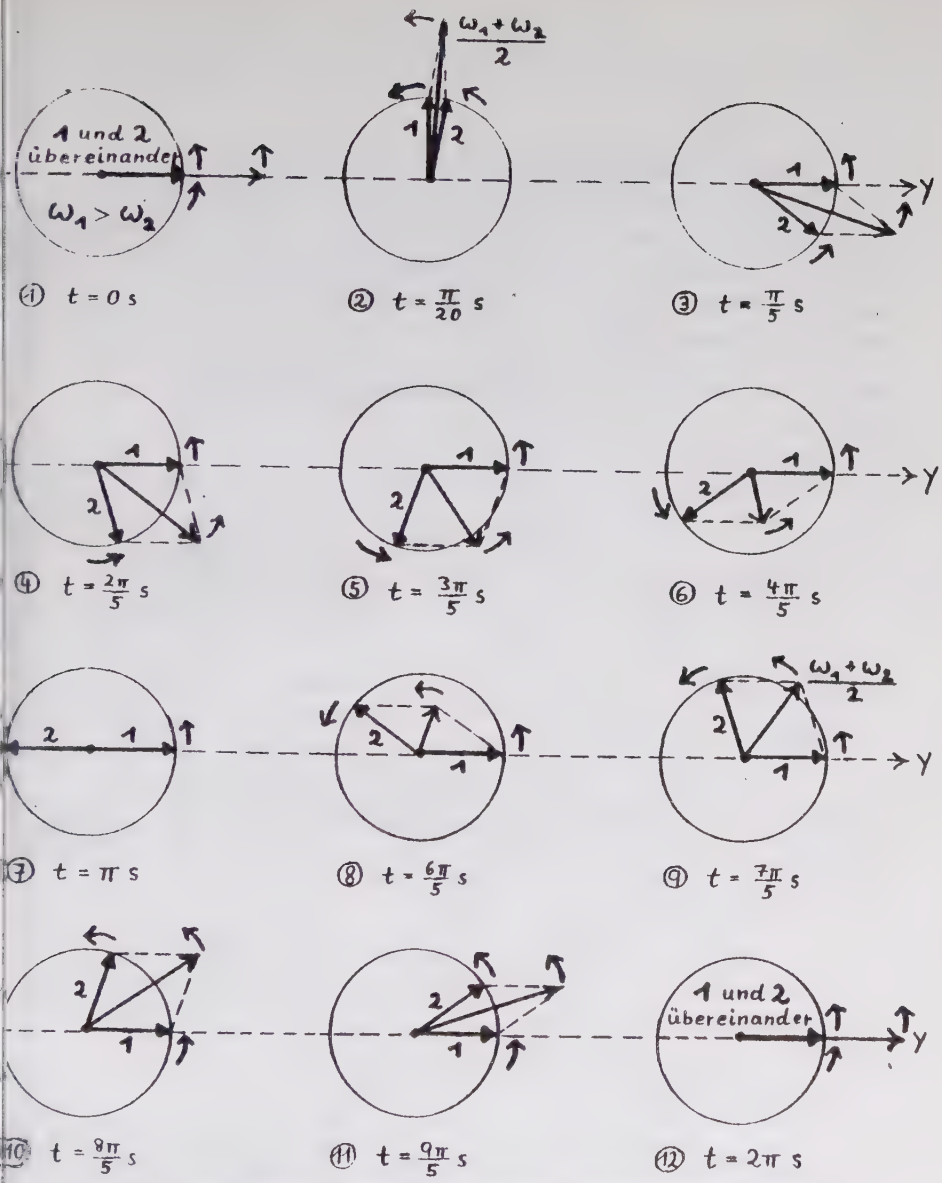


Abb. 6: Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen im Zeigerdiagramm. In Analogie zur Abb.3 sind hier als Beispiel $y = \cos 10t$ und $y = \cos 9t$ gewählt worden. Zur Zeit $t = 0$ liegen beide Zeiger übereinander (Bild 1). Nach einer Viertelumdrehung des Zeigers 1 mit der größeren Kreisfrequenz $\omega_1 = 10\frac{4}{5}$ ist der Zeiger 2 mit der kleineren Kreisfrequenz $\omega_2 = 9\frac{4}{5}$ um 9° zurückgeblieben (Bild 2). Nach einer vollem Umdrehung des Zeigers 1 liegt Zeiger 2 bereits um 36° zurück (Bild 3). Bei jeder weiteren vollem Umdrehung des Zeigers 1 fällt Zeiger 2 um 36° zurück (Bild 4 - 11). Nach der Zeitspanne $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ (bei unserem Beispiel also nach 10 Umdrehungen) überrundet der Zeiger 1 den Zeiger 2: die beiden Zeiger liegen wieder wie am Anfang übereinander (Bild 12).

Die beiden Zeiger mögen zum Zeitpunkt t = 0 übereinander liegen; dann läuft der Zeiger 1 mit der größeren Kreisfrequenz ω_1 dem Zeiger 2 mit der kleineren Kreisfrequenz ω_2 im Laufe der Zeit davon und wird ihn schließlich nach der Zeitspanne $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ überrunden, womit der ganze Vorgang von neuem beginnt.

Das läßt sich aber auch folgendermaßen darstellen: Aus der Sicht eines gedachten Bezugszeigers, der sich mit der mittleren Kreisfrequenz $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ bewegt, sieht der Vorgang nämlich so aus, daß Zeiger 1 in demselben Maße nach vorn eilt, wie Zeiger 2 zurückbleibt (s. Abb. 7).

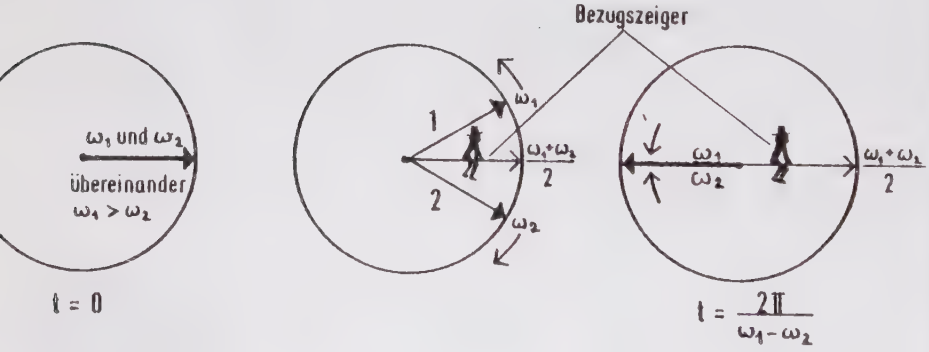


Abb. 7: Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen im Zeigerdiagramm.
Als Bezugssystem dient hier ein Zeiger mit der mittleren Kreisfrequenz $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, der sich zwar auch bewegt, aber der Übersichtlichkeit halber immer in waagerechter Position gezeichnet ist.

Diese Methode läßt sich nun ohne weiteres auf fünf, zehn oder in Gedanken auch auf 100 oder 1000 Zeiger ausdehnen, die zur Zeit t = 0 alle übereinander liegen und sich maximal verstärken (s. Abb. 8). Aus der Sicht eines Zeigers mit einer mittleren Kreisfrequenz stellt sich der Vorgang so dar, daß die Zeiger mit den größeren Frequenzen nach vorn davoneilen, während die mit den kleineren Frequenzen entsprechend gestaffelt zurückbleiben.

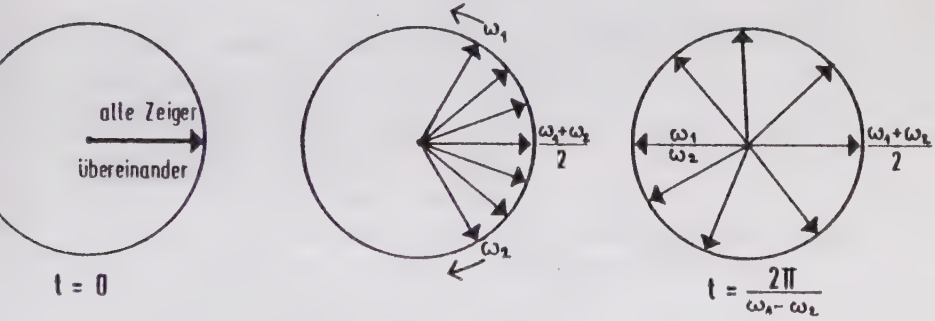


Abb. 8: Überlagerung vieler harmonischer Schwingungen im Zeigerdiagramm (vgl. Abb.6 und Abb.7)

Nun kommt der entscheidende Punkt: nach der Zeitspanne $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ haben sich die Zeiger über den ganzen Kreis verteilt, das Bild ähnelt jetzt einem Wagenrad. Die Zeiger sind vollständig "aus dem Tritt geraten"; der Betrag der Vektorsumme ist, verglichen mit dem Anfangszustand, verschwindend klein. Wenn die Frequenzen der Zeiger beliebig - ohne eine regelmäßige Beziehung untereinander - ausgewählt worden sind, dann dürfte wohl kaum noch einmal der Fall eintreten, daß sie, wie am Anfang, alle auf einen engen Bereich konzentriert sind und sich gegenseitig verstärken. (Analog entspricht dem in der kinetischen Gastheorie, daß ein gegebener Anfangszustand praktisch nie wieder eingenommen wird.) Nach der Zeitspanne $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ "kommt also nicht mehr viel"; wir erhalten für die Summenfunktion nur noch Funktionswerte, die unwesentlich von Null verschieden sind.

Die durch Überlagerung vieler harmonischer Schwingungen entstandene Funktion Ψ liefert demnach lediglich während der Zeitspanne $2 \cdot \Delta t = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ wesentlich von Null verschiedene Funktionswerte. Eine grobe Skizze der Funktion hat ungefähr folgende Gestalt:

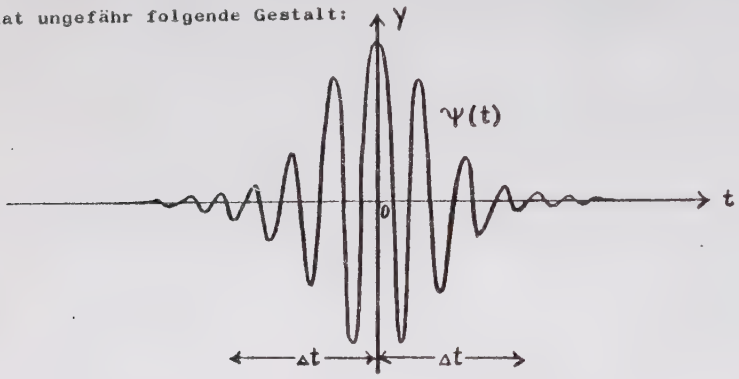


Abb. 9: Skizze einer Funktion, die durch Überlagerung vieler harmonischer Schwingungen entstanden ist*)

Die Differenz $\Delta\omega := \omega_1 - \omega_2$ gibt den Frequenzbereich an, dem die Frequenzen der Schwingungen angehören, aus denen die Funktion Ψ aufgebaut wurde. Wegen

erhalten wir:

$$\boxed{\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi} \qquad (1)$$

Dieses Ergebnis können wir nun auf räumliche Wellenzüge der Form coskx übertragen (vgl. S.31, Abb.4):
Eine Funktion Ψ, die aus vielen unendlich langen Wellenzügen aufgebaut ist, deren Wellenzahlen von der größten k_1 bis hin zur kleinsten k_2 beliebig ausgewählt wurden, liefert nur im Bereich

$$2 \cdot \Delta x \approx \frac{4\pi}{k_1 - k_2} \qquad (2)$$

wesentlich von Null verschiedene Werte (s. Abb. 10).

---

*) Um den Lernenden den Übergang von Abb. 8 nach Abb. 9 zu erleichtern, sollte Abb. 8 (z.B. im Rahmen von Übungen) in weitere Zwischenschritte aufgeteilt und dazu eine der Abb. 6 entsprechende Darstellung mit den jeweils zugehörigen Entwicklungsschritten der Abb. 9 entworfen werden. Dabei wird z.B. deutlich, woher die Oszillationen in der Abb. 9 kommen, oder warum der Graph der Funktion symmetrisch zur y-Achse ist.

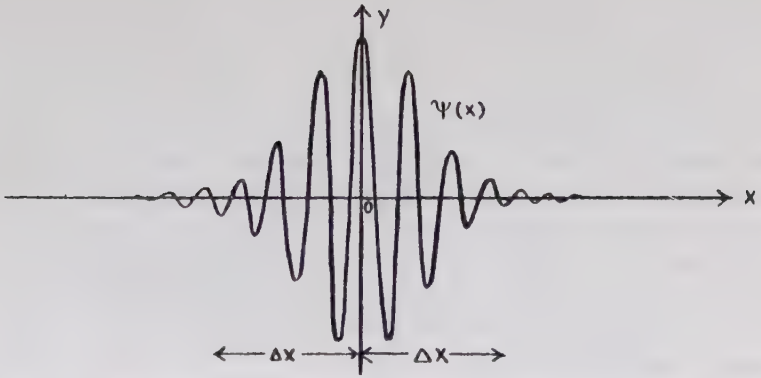


Abb. 10: Skizze einer Funktion, die durch Überlagerung vieler räumlicher Wellenzüge entstanden ist

Die Überlagerung von unendlich langen Wellenzügen zu einer solchen Funktion Ψ wird nach dem französischen Physiker und Mathematiker Fourier (1768 - 1830) die "Fouriersynthese" eines Wellenpaketes mit der Breite Δx genannt.*)

Dadurch, daß man bei allen Wellenzügen x durch x-a ersetzt, läßt sich natürlich der "Mittelpunkt" des Wellenpaketes an jede beliebige Stelle a verschieben (s. Abb. 11).

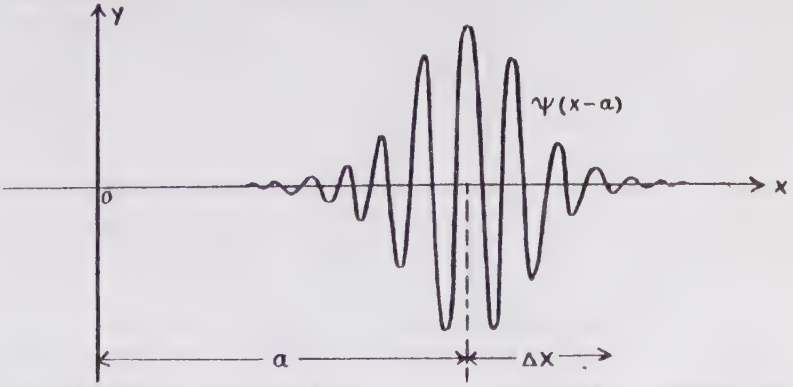


Abb. 11: Skizze eines Wellenpaketes, dessen "Mittelpunkt" an die Stelle x = a verschoben ist

*) Das ist selbstverständlich noch keine exakte Definition der Fouriersynthese eines Wellenpaketes; sie ist jedoch für die hier verfolgten Lernziele völlig ausreichend. Eine genauere, aber trotzdem noch recht einfache Darstellung findet der Leser in /61/.

Die Abb. 12 zeigt eine mit Hilfe eines Kleincomputers gezeichnete, quadrierte Wellenfunktion, die durch Überlagerung von 7 Kosinusfunktionen entstanden ist. Zwar würde sich hier das Bild im weiteren Verlauf der x - Achse immer aufs Neue wiederholen, so daß kein echtes Wellenpaket vorliegt; trotzdem kann man bereits anhand einer so einfachen Überlagerung das Wesentliche der Fouriersynthese von Wellenpaketen diskutieren /62/.

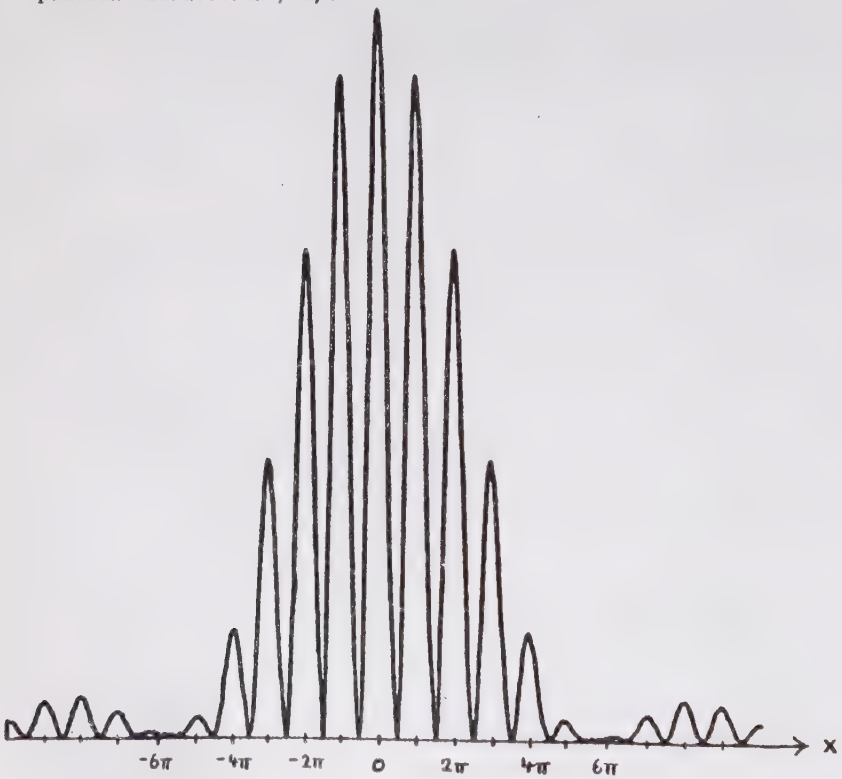


Abb. 12: Quadrierte Überlagerung von 7 Funktionen der Form cos kx.
Die Wellenzahlen lauten: 0,85 0,90 0,95 1,00 1,05 1,10 1,15

$\Delta k = 0{,}3$ u. $\Delta x \approx 6\pi \Rightarrow \Delta k \cdot \Delta x \approx 2\pi$

Der Beziehung (2) kann man entnehmen, daß die Strecke Δx und der Wellenzahlbereich $\Delta k := k_1 - k_2$ durch

$$\boxed{\Delta k \cdot \Delta x \approx 2\pi} \qquad (3)$$

miteinander verknüpft sind. Möchte man also durch Überlagerung unendlich langer Wellenzüge eine Funktion erzeugen, die nur auf einem engen Ortsbereich wesentlich von Null verschieden ist, so muß man die Wellenzahlen aus einem breiten Intervall entnehmen; oder anders ausgedrückt: die Wellenzahlen der verwendeten Wellenzüge müssen weit "verstreut" sein, damit Δx klein wird. Das bedeutet aber, daß dem so entstandenen Wellenpaket keine bestimmte Wellenzahl und auch kein bestimmter Impuls mehr zugeordnet werden kann; der Impuls $p = \hbar \cdot k$ ist innerhalb eines Bereiches $\Delta p = \hbar \cdot \Delta k$ unbestimmt.

Durch Multiplikation mit der Konstanten $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ erhalten wir aus der Gleichung (3):

$$\boxed{\Delta p \cdot \Delta x \approx h} \qquad (4)$$

Diese Beziehung wird als "Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation" bezeichnet. *)

Während der Ort des Teilchens bei einem unendlich langen Wellenzug $\cos kx$ völlig unbestimmt war ($\Delta x = \infty$ u. $\Delta p = 0$), ist er jetzt nur noch innerhalb des endlichen Bereichs Δx unbestimmt, und diese Ortsunbestimmtheit können wir sogar beliebig klein machen, wenn wir nur gemäß (4) die Impulsunbestimmtheit $\Delta p = \hbar \cdot \Delta k$ groß genug wählen. Soll dagegen Δp sehr klein bleiben, dann müssen wir eine große Ortsunbestimmtheit Δx in Kauf nehmen.

---

*) Um die Lernenden bei der Einführung der relativ schwierigen Fouriersynthese der Wellenpakete zu entlasten, wurde im Zusammenhang mit der Ableitung der Beziehungen (1) bis (4) bewußt über mehrere Seiten hinweg zunächst von physikalischen Deutungsfragen abgesehen, denen die folgenden Ausführungen überwiegend gewidmet sind.
Wenn man die Beziehung (1) $\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi$ mit $\hbar$ multipliziert, so ergibt sich die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$, die im Teil C dieser Arbeit ausführlich besprochen wird.

Wir haben also unser anfangs gestecktes Ziel erreicht: trotz der Welleneigenschaften der Teilchen ist eine beliebig genaue Aussage über den Ort eines Teilchens möglich geworden, allerdings um den Preis, daß jetzt der Impuls innerhalb des Bereichs

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x}$$

unbestimmt ist.

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation „ist nun etwas für die klassische Mechanik ganz Unerhörtes. Zwar, daß einer jeden Messung eine Unsicherheit anhaftet, ist von jeher bekannt; aber man hatte stets angenommen, daß durch gehörige Verfeinerung der Messungsmethoden die Genauigkeit unbeschränkt erhöht werden kann. Nun soll der Messungsgenauigkeit eine prinzipielle Schranke gesetzt sein, und das Merkwürdigste daran ist, daß diese Schranke sich nicht auf die einzelnen Größen: Lage oder Geschwindigkeit, bezieht, sondern auf ihre Kombination. Jede Größe für sich kann, prinzipiell genommen, beliebig genau gemessen werden, aber stets nur auf Kosten der Genauigkeit der anderen". /63/ Wenn hier und auch im folgenden von "Unsicherheit" oder "Messungsgenauigkeit" die Rede ist, dann wird damit dasselbe bezeichnet wie mit dem Wort "Unbestimmtheit".

Aber was sollen wir unter der Impuls- und der Ortsunbestimmtheit eines Teilchens verstehen? Sind Ort und Impuls vielleicht nur in dem Sinne unbestimmt, daß mikroskopische Teilchen zwar ebenso wie die makroskopischen Objekte der klassischen Mechanik einen bestimmten Ort und einen bestimmten Impuls haben, daß wir aber nicht in der Lage sind, diese Werte genau zu bestimmen?

Dann hätten aber die mikroskopischen Teilchen im Prinzip die gleichen Eigenschaften wie die makroskopischen Objekte, müßten sich also auch entsprechend verhalten, während doch z. B. die Interferenz der Elektronen am Doppelspalt, die Ringe auf dem Leuchtschirm der Elektronenbeugungsröhre oder die Stabilität der Atomhüllen diese Auffassung widerlegen.

Heisenberg deutete die Unbestimmtheitsrelation (4) deshalb in dem Sinne, daß Elektronen und andere Mikroteilchen einen Impuls und einen Ort im klassischen Sinne gar nicht "haben". Die Unbestimmtheitsrelation $\Delta p \cdot \Delta x \approx h$ ist also nicht Ausdruck einer bloß subjektiven Unkenntnis des Impulses und des Ortes:

Die „Unbestimmtheiten sind innerhalb der Quantenmechanik nicht Grenzen unserer Kenntnis objektiv schärfer bestimmter Größen, sondern Grenzen des Sinns der betreffenden Begriffe."/64/

Die Anwendbarkeit der Begriffe Ort und Impuls auf die Gegenstände der Natur wird durch die Unbestimmtheitsrelation quantitativ begrenzt. Begriffe wie Ort und Impuls passen also gar nicht genau auf die Natur /65/.

Aber warum hat man diese Tatsache erst bei der Untersuchung mikroskopischer Teilchen wie Elektronen oder Neutronen bemerkt, und nicht schon bei der Analyse des Verhaltens makroskopischer Objekte wie Billardkugeln oder Planeten? Anders gefragt: Warum ist die klassische Mechanik, die ja von der Existenz der Unbestimmtheiten gar keine Kenntnis hat, so erfolgreich bei der Beschreibung des Verhaltens makroskopischer Objekte?

Das liegt an der enormen Kleinheit der Planckschen Konstanten ($h \approx 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js) und an den gegenüber Mikroteilchen großen Massen der makroskopischen Objekte. Nehmen wir als Beispiel für ein relativ kleines, makroskopisches Objekt ein Sandkorn der Masse $m = 10^{-8}$ kg, dessen Ortsunbestimmtheit 10^{-6} m betragen möge; das entspricht ungefähr dem Auflösungsvermögen eines guten Lichtmikroskops. Nach der Unbestimmtheitsrelation erhalten wir eine Impulsunbestimmtheit $\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x}$ und eine Geschwindigkeitsunbestimmtheit

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} \approx \frac{h}{m \cdot \Delta x} \approx \frac{6 \cdot 10^{-34}}{10^{-8} \cdot 10^{-6}} \frac{m}{s} = 6 \cdot 10^{-20} \frac{m}{s}$$

Welche Bedeutung dieser Geschwindigkeitsunbestimmtheit zukommt, kann man sich folgendermaßen klarmachen: Um die Strecke von nur 1 mm zurückzulegen, würde das Sandkorn bei einer Geschwindigkeit von $6 \cdot 10^{-20} \frac{m}{s}$ ca. 500 Millionen Jahre brauchen! Für das Bewegungsverhalten der makroskopischen Objekte sind die Unbestimmtheiten also völlig vernachlässigbar.

Bei einem Elektron dagegen, dessen Masse ca. 10^{-30} kg beträgt, erhalten wir mit der gleichen Ortsunbestimmtheit $\Delta x = 10^{-6}$ m die beträchtliche Geschwindigkeitsunbestimmtheit $\Delta v \approx 600 \frac{m}{s}$. Bei den Mikroteilchen dürfen wir also die Unbestimmtheiten keinesfalls außer acht lassen.

Wenn aber die klassischen Begriffe "Ort" und "Impuls" nicht genau dem Verhalten der Mikroteilchen angepaßt sind, warum gibt man dann nicht diese Begriffe im Bereich der Mikrophysik ganz auf und ersetzt sie durch neue?

„Jedes physikalische Experiment, gleichgültig, ob es sich auf Erscheinungen des täglichen Lebens oder auf Atomphysik bezieht, muß in den Begriffen der klassischen Physik beschrieben werden. Diese Begriffe der klassischen Physik bilden die Sprache, in der wir die Anordnung unserer Versuche angeben und die Ergebnisse festlegen. Wir können sie nicht durch andere ersetzen. Trotzdem ist die Anwendbarkeit dieser Begriffe begrenzt durch die Unbestimmtheitsrelationen. Wir müssen uns dieser begrenzten Anwendbarkeit der klassischen Begriffe bewußt bleiben, während wir sie anwenden, aber wir können und sollten nicht versuchen, sie zu verbessern." /66/

So sind wir also gezwungen, das mikrophysikalische Geschehen mit klassischen Begriffen wie Ort und Impuls zu beschreiben, deren Verwendung jedoch zu Widersprüchen führt, wenn man unterstellt, ein Teilchen habe gleichzeitig einen schärfer definierten Ort und Impuls, als es nach der Unbestimmtheitsrelation möglich ist. Denn Unbestimmtheit bedeutet nicht unsere subjektive Unkenntnis "an und für sich" scharf definierter Orts- und Impulswerte, sondern die Unbestimmtheitsrelation thematisiert die Rolle des Beobachters im objektivierbaren Bereich. Dieser objektive Charakter der Unbestimmtheitsrelation wird noch in den folgenden Kapiteln deutlich hervortreten. So werden wir im nächsten Kapitel B.II. anhand zahlreicher Beispiele sehen, daß Ort und Impuls eines Teilchens gleichzeitig nicht genauer experimentell bestimmt werden können, als es nach der Unbestimmtheitsrelation möglich ist.

„Zwar lassen sich Experimente ausführen, die uns erlauben, etwa den Ort eines Teilchens mit großer Genauigkeit festzustellen, aber bei dieser Messung müssen wir das Teilchen einer

starken äußeren Einwirkung aussetzen, so daß eine große Unbestimmtheit seiner Geschwindigkeit die Folge ist. Die Natur entzieht sich also der genauen Festlegung in unseren anschaulichen Begriffen durch die unvermeidliche Störung, die mit jeder Beobachtung verbunden ist. Während es ursprünglich das Ziel jeder Naturforschung war, die Natur möglichst so zu beschreiben, wie sie an sich, d.h. ohne unseren Eingriff und ohne unsere Beobachtung wäre, so erkennen wir jetzt, daß eben dieses Ziel unerreichbar ist. In der Atomphysik ist es in keiner Weise möglich, von den Veränderungen abzusehen, die jede Beobachtung an dem beobachteten Gegenstand hervorbringt. Durch die Art der Beobachtung erst wird entschieden, welche Züge der Natur bestimmt werden und welche wir durch unsere Beobachtungen verwischen. Durch diese Eigenschaft sind die kleinsten Bausteine der Materie von dem Bereich unserer anschaulichen Begriffe getrennt." /67/ (Näheres s.S.68 u.S.74f)

B.I.2. Die Bewegung von Wellenpaketen

Ein Mikroteilchen, dessen Verhalten durch ein Wellenpaket mit der Breite Δx beschrieben werde, ist mit sehr großer Wahrscheinlichkeit in einem Bereich Δx um das Zentrum des Wellenpakets herum anzutreffen, während sein Impuls innerhalb eines Bereiches $\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x}$ unbestimmt ist. Nun haben wir aber bisher noch gar nicht berücksichtigt, daß sich ein Teilchen bewegt, wenn es einen von Null verschiedenen Impuls hat, und daß sich demzufolge auch das zugehörige Wellenpaket entsprechend der Bewegung des Teilchens verschieben muß.

Ein unendlich langer harmonischer Wellenzug, der sich mit der Phasengeschwindigkeit u in die positive x - Richtung bewegt, kann in der Form

$$\cos k\cdot(x - ut) \qquad (5)$$

geschrieben werden.

Die Phasengeschwindigkeit u läßt sich mit Hilfe der Wellenzahl k und der Kreisfrequenz ω ausdrücken:

$$u = \lambda \cdot \nu = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot 2\pi\nu = \frac{1}{k} \cdot \omega = \frac{\omega}{k} \qquad (6)$$

Setzen wir (6) in (5) ein, so erhalten wir für einen mit der Phasengeschwindigkeit u in die positive x - Richtung fortschreitenden Wellenzug die Form

$$\cos (kx - \omega t) \; . \qquad (7)$$

Wenn wir die Beziehungen

$$p = \hbar k \quad \text{und} \quad E = \hbar\omega$$

in die Gleichung

$$E = \frac{p^2}{2m} \; *)$$

einsetzen, so ergibt sich

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \; . \quad \Longrightarrow \quad \omega = \frac{\hbar k^2}{2m} \qquad (8)$$

Für die Phasengeschwindigkeit u erhalten wir mit (6) aus (8):

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar k}{2m} = \frac{p}{2m} \qquad (9)$$

Hier scheint auf den ersten Blick ein Widerspruch vorzuliegen, denn die Teilchengeschwindigkeit v ist mit dem Teilchenimpuls p durch die Beziehung $v = \frac{p}{m}$ verknüpft. Die Phasengeschwindigkeit u, mit der sich ein einzelner Wellenzug bewegt, ist aber nach (9) nur halb so groß. Hier scheint auf den ersten Blick ein Widerspruch vorzuliegen. Dieser löst sich jedoch auf, wenn man berücksichtigt, daß das Verhalten des Teilchens nicht durch einen einzelnen Wellenzug beschrieben wird, sondern durch ein Wellenpaket, das aus vielen Wellenzügen zusammengesetzt ist.

---

*) Diese Beziehung für die kinetische Energie erhält man aus der geläufigeren Formel $E = \frac{1}{2} m v^2$ dadurch, daß man die Geschwindigkeit v durch den Quotienten aus Impuls p und Masse m ersetzt: $E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{m}{2} \left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{m p^2}{2 m^2} = \frac{p^2}{2m}$

Ein solches Wellenpaket bewegt sich nun tatsächlich mit der "richtigen" Teilchengeschwindigkeit $\frac{p}{m}$, was man durch die folgende, einfache Überlegung bestätigen kann:

Ein Wellenpaket der Breite Δx bewege sich mit der Geschwindigkeit v an einem ruhenden Beobachter B vorbei (s. Abb. 13).

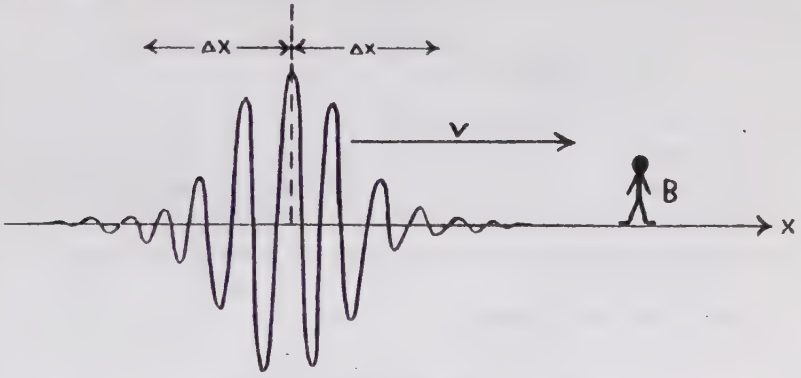


Abb. 13: Ein Wellenpaket bewegt sich mit der Geschwindigkeit v an einem ruhenden Beobachter B vorbei.

Für den Beobachter B liefert das Wellenpaket an seinem Ort nur während der Zeitspanne

$$2 \cdot \Delta t \approx \frac{2 \cdot \Delta x}{v} \qquad (10)$$

wesentlich von Null verschiedene Funktionswerte. Δt hat hier also genau die gleiche Bedeutung wie im Abschnitt B.I.1.(vgl.S.36). Daher folgt nach Gleichung (1) : $\Delta t \approx \frac{2\pi}{\Delta \omega}$
Nach Gleichung (3) gilt entsprechend: $\Delta x \approx \frac{2\pi}{\Delta k}$
Für die Geschwindigkeit v erhalten wir damit aus Gleichung (10):

$$v \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} \approx \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \qquad (11)$$

Durch Erweitern mit der Konstanten $\hbar$ geht (11) über in

$$v \approx \frac{\hbar \Delta \omega}{\hbar \Delta k} = \frac{\Delta E}{\Delta p} \; . \qquad (12)$$

Diese Beziehung hat eine Entsprechung in der klassischen Physik:

Eine Impulsänderung Δp (von p nach $p + \Delta p$) ist wegen

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

mit einer Änderung ΔE der kinetischen Energie E verknüpft:

$$\Delta E = \frac{(p+\Delta p)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p\cdot\Delta p + (\Delta p)^2}{2m}$$

Ist Δp klein gegenüber p, so folgt:

$$\Delta E \approx \frac{2p\cdot\Delta p}{2m} = v\cdot\Delta p$$

was formal mit (12) übereinstimmt.

Den Differenzenquotienten $\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ in (11) kann man ersetzen durch den Wert der Ableitung $\omega'(k_o)$, wobei k_o eine Wellenzahl aus dem Wellenzahlbereich Δk des Wellenpaketes ist. (Mittelwertsatz der Differentialrechnung, s. Abb. 14). Die Ableitung $\omega'(k_o)$ berechnen wir mit Hilfe der Beziehung (8):

$$v = \omega'(k_o) = \frac{\hbar k_o}{m} = \frac{p_o}{m} \qquad (13)$$

Die Geschwindigkeit v des Wellenpakes läßt sich also tatsächlich mit der mittleren Teilchengeschwindigkeit identifizieren; diese ist nicht durch die Phasengeschwindigkeit $\frac{\omega}{k}$ eines Wellenzuges, sondern durch die sogenannte Gruppengeschwindigkeit $\omega'(k) = \frac{d\omega}{dk}$ gegeben.

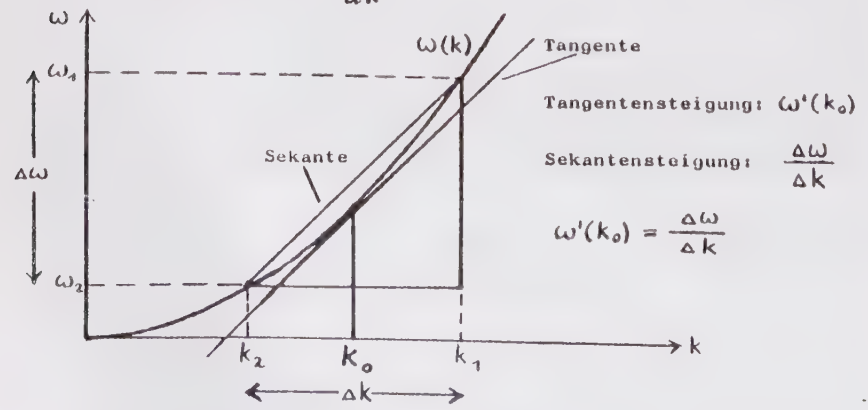


Abb. 14: Mittelwertsatz der Differentialrechnung.
Die Steigung der Sekante stimmt mit der Tangentensteigung überein. k_o ist eine Wellenzahl aus dem Intervall von k_2 bis k_1.

B.I.3. Das "Auseinanderfließen" von Wellenpaketen

Die einzelnen Wellenzüge, aus denen ein Wellenpaket zusammengesetzt ist, haben verschiedene k-Werte, die über einen Bereich Δk "verstreut" liegen. Daraus resultiert nach der Unbestimmtheitsrelation eine Geschwindigkeitsunbestimmtheit

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} \approx \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad . \tag{14}$$

Wenn ein Teilchen mit der mittleren Geschwindigkeit v zum Zeitpunkt 0 in einem Bereich Δx um den Ort x_o herum zu finden ist, so darf man nicht einfach behaupten, zum Zeitpunkt $t > 0$ sei es dann in einem gleichgroßen Bereich Δx um den Ort $x_o + v \cdot t$ herum zu finden; denn wir müssen ja auch berücksichtigen, daß die Geschwindigkeit des Teilchens über einen Bereich Δv unbestimmt ist. Wir können dem Teilchen keine genaue Geschwindigkeit zuordnen. Der neue Ort des Teilchens zum Zeitpunkt $t > 0$ ist daher gegenüber der alten Ortsunbestimmtheit Δx zum Zeitpunkt 0 noch unbestimmter geworden - und zwar um den Betrag $\Delta v \cdot t$. Das bedeutet aber, daß auch die Breite des zugehörigen Wellenpaketes um den Betrag $\Delta v \cdot t$ zugenommen hat (s. Abb. 15).

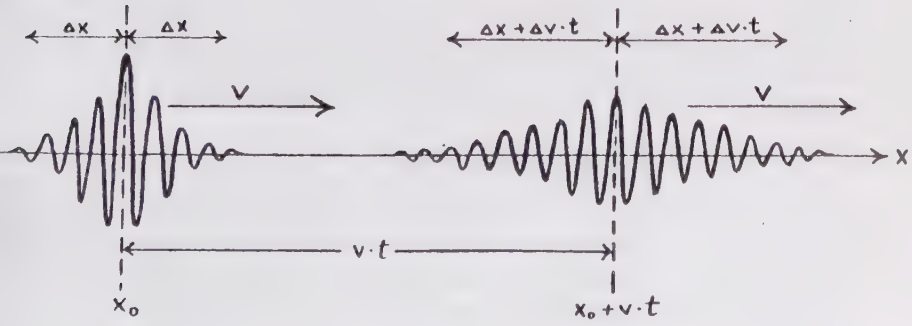


Abb. 15: Das "Auseinanderfließen" eines Wellenpaketes
Während sich das Zentrum des Wellenpaketes mit der Geschwindigkeit v bewegt, nimmt die Breite des Wellenpaketes zu.

Man sagt: das Wellenpaket ist während seiner Bewegung auseinandergeflossen" - auf die neue Breite

$$\Delta x(t) \approx \Delta x + \Delta v \cdot t \qquad (15)$$

Die Ortsunbestimmtheit nimmt also im Laufe der Zeit zu und hat sich gemäß der Gleichung (15) nach der Zeit $t_D = \frac{\Delta x}{\Delta v}$ verdoppelt. Für t_D erhalten wir mit der Beziehung (14):

$$t_D = \frac{\Delta x}{\Delta v} = \frac{m(\Delta x)^2}{h} \qquad (16)$$

Weil die Ortsunbestimmtheit im Laufe der Zeit erheblich zunehmen kann, werden wir für die Unbestimmtheitsrelation statt $\Delta p \cdot \Delta x \approx h$ auch manchmal $\Delta p \cdot \Delta x \gtrsim h$ schreiben.

Im Abschnitt B.I.1 hatten wir gefunden, daß die Unbestimmtheiten für das Bewegungsverhalten makroskopischer Objekte zu vernachlässigen sind. Nun besagt aber Gleichung (15), daß die Ortsunbestimmtheit eines Teilchens im Laufe der Zeit immer weiter zunimmt. Wenn wir also lange genug warten, so könnte doch vielleicht auch bei einem makroskopischen Objekt die Ortsunbestimmtheit schließlich so groß werden, daß wir sie nicht mehr vernachlässigen dürfen?

Nehmen wir als Beispiel wieder das Sandkorn mit der Masse 10^{-8} kg und der Ortsunbestimmtheit $\Delta x = 10^{-6}$ m, und berechnen hierfür die Zeit t_D, nach der sich die Ortsunbestimmtheit verdoppelt hat:

$$t_D \approx \frac{m(\Delta x)^2}{h} \approx \frac{10^{-8} \cdot 10^{-12}}{6 \cdot 10^{-34}}\ s \approx 500.000 \text{ Jahre}$$

Erst nach 500.000 Jahren (!) hat sich die Ortsunbestimmtheit von $\frac{1}{1000}$ mm auf $\frac{2}{1000}$ mm verdoppelt. Eine solche Zeitspanne läßt sich mit dem menschlichen Vorstellungsvermögen wohl kaum erfassen. Zur Verdeutlichung sei hier angemerkt, daß die frühesten Zeugnisse von vormenschlichen Lebewesen aus der Zeit vor ca. 500.000 Jahren stammen!

Für einen kleinen Stein mit der Masse 1g beträgt die Zeit t_D sogar ca. 50 Milliarden Jahre; das übertrifft bereits das Alter unseres Universums, das nach neueren Schätzungen vor ca. 13 Milliarden Jahren entstanden ist.

Damit haben wir erneut gefunden, daß die Unbestimmtheiten bei der Beschreibung des Bewegungsverhaltens makroskopischer Objekte nicht berücksichtigt werden müssen; auch dann nicht, wenn sich die betreffenden Vorgänge über sehr lange Zeiträume erstrecken.

Wie sieht es aber in diesem Zusammenhang mit Mikroteilchen aus, also z. B. mit Elektronen? Für ein Elektron ($m \approx 10^{-30}$kg), dessen Ortsunbestimmtheit wieder 10^{-6} m betragen möge, finden wir:

$$t_p \approx \frac{10^{-30} \cdot 10^{-12}}{6 \cdot 10^{-34}}\,s = \frac{1}{600.000.000}\,s$$

Bereits nach einer Sekunde hat sich demnach die Ortsunbestimmtheit des Elektrons auf das 600-Millionenfache d.h. auf 60 m vergrößert!

Aber wie kommt es dann, daß sich der Elektronenstrahl in einer Braunschen Röhre auf dem Weg von der Elektronenkanone zum Leuchtschirm nicht merklich verbreitert?

Wenn der Strahldurchmesser, der die Ortsunbestimmtheit der Elektronen quer zur Ausbreitungsrichtung angibt, unmittelbar hinter der Elektronenkanone ca. 10^{-4} m beträgt, dann ist nach der Laufzeit $t_D \approx \frac{10^{-30} \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 10^{-34}}\,s = \frac{1}{60.000}\,s$ der Durchmesser des Strahls doppelt so groß geworden; diese Zeit ist zwar sehr kurz, aber bei einer Beschleunigungsspannung von nur 300 V (das entspricht einer Elektronengeschwindigkeit von $10.000\,\frac{km}{s}$) hätte ein Elektron nach $\frac{1}{60.000}$ s bereits ca. 200 m zurückgelegt! Die Laufzeit der Elektronen in einer Braunschen Röhre ist also viel zu kurz, als daß sich der Elektronenstrahl bis zum Auftreffen auf den Leuchtschirm merklich verbreitert haben könnte.

Ergänzende Literaturstellen:

Feynman: Kap. 2 S. 1f, Kap. 13 S. 1-10, Kap. 16 /47/

Kuhn: S. 84-86, S. 107-110, S. 124-125 /49/

Brachner, Fichtner: S. 64-69 /50/

B.II. Orts- und Impulsmessungen

Ausgehend von den Welleneigenschaften der Mikroteilchen haben wir im letzten Kapitel mit Hilfe der Fouriersynthese von Wellenpaketen die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation auf formalem Wege erhalten. In ähnlicher Weise hat auch Heisenberg im Jahre 1927 auf theoretischem Wege - und nicht etwa experimentell - die Unbestimmtheitsrelationen "entdeckt". Eine direkte experimentelle Entdeckung, bei der sich etwa im Rahmen einer beabsichtigten Präzisionsmessung an einem makroskopischen Objekt herausgestellt hätte, daß Ort und Impuls zu einem bestimmten Zeitpunkt beide nicht beliebig genau gemessen werden können, wäre auch gar nicht möglich gewesen; denn bei Orts- und Impulsmessungen an makroskopischen Objekten liegen wegen der ungeheuren Kleinheit der Planckschen Konstante noch heute die Meßfehler über der prinzipiellen Schranke, die die Unbestimmtheitsrelation der Messungsgenauigkeit setzt.*) In diesem Kapitel soll nun anhand mehrerer Beispiele gezeigt werden, daß selbst unter optimalen Bedingungen - also unter Ausschaltung aller Ablese- und Instrumentenfehler - Ort und Impuls eines Teilchens gleichzeitig nicht genauer experimentell bestimmt werden können, als es gemäß der auf theoretischem Wege gewonnenen Unbestimmtheitsrelation möglich ist. Dabei werden wir immer wieder zu berücksichtigen haben, daß die Korpuskel- und die Welleneigenschaften der Mikroteilchen unauflösbar miteinander verzahnt sind.

---

*) Möglicherweise wird darin von vielen Lehrenden ein starkes Motivationshemmnis gesehen, und das mag ein Grund dafür sein, daß die Unbestimmtheitsrelationen in der Lehre der Quantenphysik so stiefmütterlich behandelt werden. Dabei läßt sich die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation geradezu "handgreiflich" z. B. bei der Lichtbeugung am Einzelspalt erleben. Wenn bei diesem äußerst einfachen Versuch der Spalt schmaler gemacht wird (am besten von den Lernenden selbst!), wenn also m.a.W. die Ortsunbestimmtheit der Photonen verkleinert wird, dann verbreitert sich das Beugungsbild auf dem Schirm, und d.h.: die Impulsunbestimmtheit der Photonen ist größer geworden. (vgl. Abschn. B.II.1.)

B.II.1. Ortsmessung mit einer Spaltblende

Wenn man Teilchen mit einem scharfen Impuls $\vec{p} = p \cdot \vec{e}_z$ senkrecht auf einen Spalt der Breite b fallen läßt, so ist der Ort der Teilchen in x-Richtung im Augenblick des Durchgangs durch die Spaltblende mit der Unbestimmtheit $\Delta x = b$ festgelegt (s. Abb. 16).

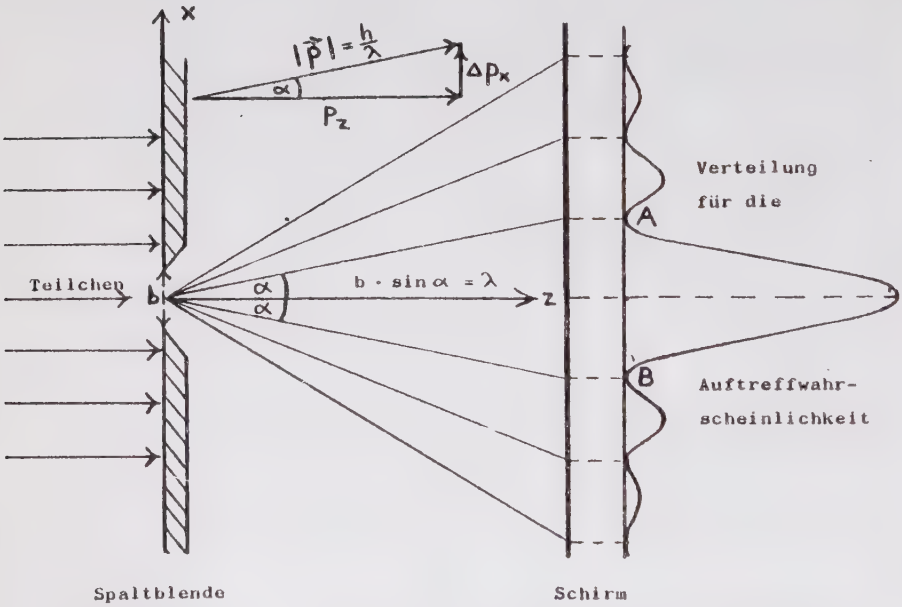


Abb. 16: Teilchen treffen auf einen Spalt und werden aufgrund ihrer Welleneigenschaften gebeugt. Die vom Spaltzentrum ausgehenden Linien dienen zur Darstellung der Beugungswinkel.

Wir müssen nun berücksichtigen, daß Mikroteilchen Welleneigenschaften haben, und daß den Teilchen wegen der de-Broglie-Beziehung eine Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

zugeordnet werden kann. Einfache wellenphysikalische Überlegungen führen zu dem Ergebnis, daß die Auftreffwahrscheinlichkeit auf dem Schirm verschiedene Maxima und Minima auf-

weist, so wie es in der Abb. 16 angedeutet ist. *)

Das erste Minimum dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung erscheint unter einem Beugungswinkel α, der durch die Bedingung $b \cdot \sin\alpha = \lambda$ gegeben ist. **)

Während die x-Komponente des Teilchenimpulses vor der Spaltblende exakt Null war, ist es hinter der Spaltblende im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsverteilung möglich, daß die Teilchen von der Bewegung in die z-Richtung mehr oder weniger abweichen und im geometrischen Schattenraum der Spaltblende auf den Schirm treffen. Ein gegebenes Teilchen kann geradeaus weiterfliegen, aber es muß es nicht tun. Die x-Komponente des Impulses ist also beim Durchgang durch die Spaltblende nicht mehr notwendig Null, sondern vielmehr über einen Bereich Δp_x unbestimmt, den wir jetzt abschätzen wollen:

Da weitaus die meisten Teilchen in dem mittleren Bereich zwischen den beiden Wahrscheinlichkeitsminima A und B auf den Schirm treffen (s. Abb. 16), können wir für Δp_x ansetzen:

$$\Delta p_x \approx p \cdot \sin\alpha = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{b} = \frac{h}{b}$$

Daraus erhalten wir wegen $\Delta x = b$:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \approx \frac{h}{b} \cdot b = h$$

Wir sehen also, daß es mit dieser Versuchsanordnung nicht möglich ist, den Ort eines Teilchens experimentell festzulegen, ohne daß dabei der Impuls gemäß der Heisenbergschen Relation unbestimmt wird. Macht man den Spalt enger, verkleinert man also die Ortsunbestimmtheit Δx, so wird die

---

*) Diese Überlegungen sind in fast allen Lehrbüchern der Sekundarstufe II unter dem Thema "Beugung (des Lichtes) am Spalt" zu finden.

**) Ein entsprechender Einfachspaltversuch mit makroskopischen Objekten liefert bekanntlich keine "streifige" Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm. Schießt man nämlich z.B. Kugeln der Masse $m = 1$ g mit der Geschwindigkeit $v = 20\ \frac{m}{s}$ auf einen Spalt der Breite $b = 3$ cm, dann erhalten wir für den Winkelabstand φ zweier Minima der Wahrscheinlichkeitsverteilung: $\varphi \approx \frac{\lambda}{b} = \frac{h}{p \cdot b} = \frac{h}{m \cdot v \cdot b} \approx \frac{6 \cdot 10^{-34}}{10^{-3} \cdot 20 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = 10^{-30}$ (!)
Damit zwei Minima auf dem Schirm wenigstens 1 mm ($= 10^{-3}$ m) voneinander entfernt sind, müßte man den Schirm in einem Abstand von 10^{27} m oder 100 Milliarden Lichtjahren (!) hinter der Spaltblende aufbauen. Dieser Abstand übertrifft alle von der modernen Astronomie bestimmten kosmischen Entfernungen.

Auftreffwahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm weiter auseinandergezogen, und der Impuls p_x wird entsprechend unbestimmter.

Hier wird nun häufig eingewendet, daß sich der Ort x und zugleich der Impuls p_x des Teilchens durchaus genauer bestimmen lassen als gemäß der Relation $\Delta p_x \cdot \Delta x \approx h$. Dazu müsse man nur den Spalt sehr eng machen, um eine sehr genaue Ortsmessung zu erreichen, und dann den Ort bestimmen, wo ein gegebenes Teilchen auf den Schirm trifft. Dadurch ist die Flugrichtung dieses Teilchens nach dem Passieren des Spaltes sehr präzise festgelegt. Dann kennt man aber auch die Impulskomponente p_x des Teilchens sehr genau. Also kann man nachträglich den Ort x und den Impuls p_x, den das Teilchen beim Durchgang durch die Spaltblende (in der Vergangenheit!) hatte, durchaus genauer angeben, als es nach der Unbestimmtheitsrelation möglich ist.

Diese Argumentation widerlegt aber nicht die Unbestimmtheitsrelation, denn die Physik strebt keine - experimentell nicht mehr überprüfbaren - Aussagen über die Vergangenheit an, sondern Vorhersagen für den Ausgang möglicher, künftiger Experimente; die Physik formuliert Vorhersagen für das "Ergebnis zukünftiger Entscheidungen von empirisch entscheidbaren Alternativen." /70/ So bezieht sich die Unbestimmtheitsrelation auf Werte des Ortes und des Impulses, die experimentelle Vorhersagen ermöglichen, und nicht auf solche Werte, die nachträglich rechnerisch bestimmt wurden und sich somit empirisch nicht überprüfen lassen.

In unserem Fall kann erst nach der Registrierung des Teilchens auf dem Schirm ausgesagt werden, daß es zuvor, beim Verlassen des Spaltes, den Ort x und den Impuls p_x gehabt habe. Diese Aussage läßt sich aber erstens nicht empirisch prüfen und ist zweitens auch nicht für Vorhersagen über das künftige Verhalten dieses Teilchens brauchbar, weil - bedingt durch den Aufprall des Teilchens auf dem Schirm - sein "alter" Impulswert p_x nicht mehr zutrifft (s.S. 64 u.S. 79).

B.II.2. Ortsmessung mit einem Mikroskop

Wenn wir den Ort eines Teilchens mit einem Mikroskop bestimmen wollen, dann müssen wir das Teilchen mit mindestens einem Photon bestrahlen, das in das Objektiv des Mikroskops gestreut wird (Abb.17).

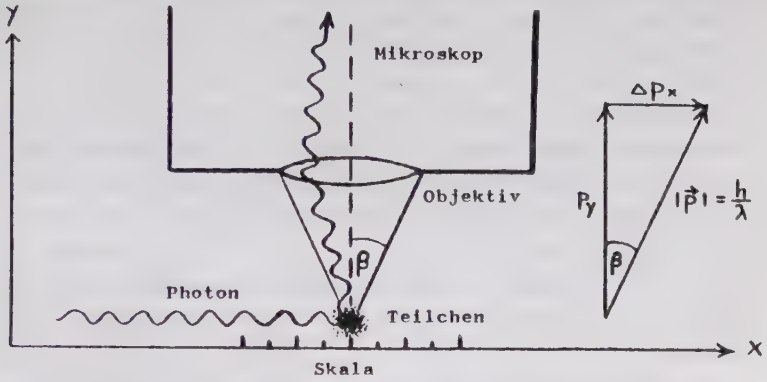


Abb. 17: Der Ort eines Teilchens wird mit einem Mikroskop gemessen. Dazu muß mindestens ein Photon vom Teilchen in das Objektiv gestreut werden.

Nun ist aber das Auflösungsvermögen eines Mikroskops begrenzt, so daß der Ort des Teilchens innerhalb eines Bereiches Δx unbestimmt bleibt. Diese Genauigkeit Δx, mit der der Ort des Teilchens gemessen werden kann, hängt von der Wellenlänge λ des verwendeten Lichts und von dem Öffnungswinkel β (s. Abb.17) ab:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin\beta} \quad \text{/s.z.B.71 oder 72/} \qquad (1)$$

Da keine Aussage darüber gemacht werden kann, ob das Photon durch die Mitte des Objektivs oder irgendwo am Rande in das Mikroskop eintritt, ist die x-Komponente des Impulses, der vom Photon bei der Streuung auf das Teilchen übertragen wird, um

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\lambda} \sin\beta \qquad (2)$$

unbestimmt. (s. Abb. 17)

Mit (1) und (2) erhalten wir wieder:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \approx \frac{h}{\lambda} \sin\beta \cdot \frac{\lambda}{\sin\beta} = h$$

Auch bei der Ortsmessung mit dem Mikroskop gilt die Unbestimmtheitsrelation, und alle Bemühungen, durch geschickte Abänderung oder Erweiterung des Versuchsaufbaus die Unbestimmtheitsrelation zu umgehen, sind zum Scheitern verurteilt /73/.

Mitunter stößt in einem Kurs oder einer Vorlesung die Einführung und Begründung der Gleichung (1) für das Auflösungsvermögen des Mikroskops auf Schwierigkeiten. Hier kann man sich (und den Lernenden) dadurch helfen, daß man das Objektiv des Mikroskops als eine Lochblende auffaßt und die Beugung des Lichtes an der Lochblende für kleine Beugungswinkel im Rahmen einer Abschätzung analog zur Beugung am Spalt behandelt.

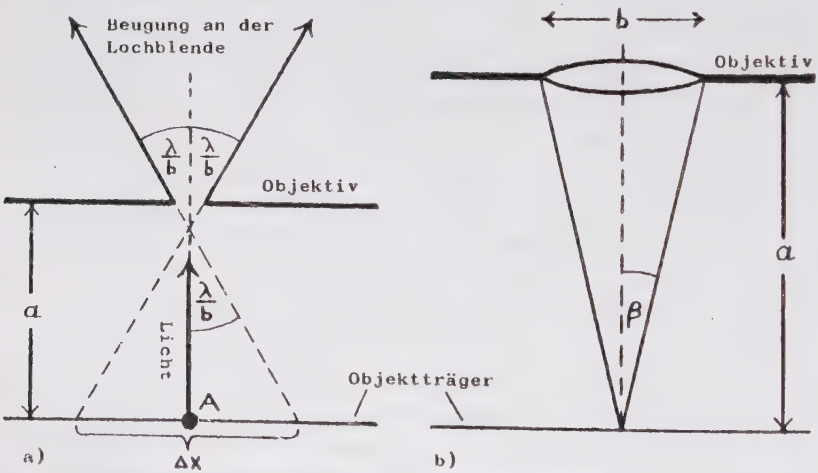


Abb. 18: Zum Auflösungsvermögen Δx eines Mikroskops

Auf dem Objektträger befinde sich ein nahezu punktförmiges Objekt A, von dem aus Licht in die Objektivöffnung mit dem Durchmesser b fällt. Dieses Licht wird an der Objektivöffnung gebeugt, so daß von dem Objekt in das Innere des Mikroskops ein Lichtkegel eindringt, dessen Öffnungswinkel von der Größenordnung $2 \cdot \frac{\lambda}{b}$ ist (wobei λ die Wellenlänge des Lichtes bezeichnet). Von oben (durch das Okular) gesehen erscheint das Objekt deshalb als ein relativ großer Fleck

mit dem Durchmesser Δx (s. Abb. 18a). Ein zweites Objekt kann nur dann getrennt von A wahrgenommen werden, wenn es mindestens um Δx von A auf dem Objektträger entfernt ist.

Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, daß von dem Objekt A aus sehr viele Photonen durch das Objektiv in das Mikroskop gelangen. Führen wir eine Ortsmessung des Objektes A mit nur einem Photon durch, so ist der Ort des Objektes um Δx unbestimmt, weil das Photon an der Objektivöffnung in irgendeine, nicht genau vorhersagbare Richtung gebeugt wird.

Für das Auflösungsvermögen Δx des Mikroskops gilt gemäß Abb. 18 a:

$$\Delta x \approx a \cdot \frac{2\lambda}{b}, \qquad (3)$$

wobei a den Abstand des Objektivs vom Objektträger bezeichnet. Nach Abb. 18 b ist $a \cdot 2\beta \approx b$. Damit wird aus (3):

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\beta}$$

was für kleine Winkel β mit (1) gut übereinstimmt.

B.II.3. Impulsmessung mit einem Gitter

Zur Messung von Teilchenimpulsen kann man sich eines Gerätes bedienen, das die Bestimmung von Wellenlängen erlaubt, denn Impuls p und Wellenlänge λ sind durch die de-Broglie-Beziehung $p = \frac{h}{\lambda}$ miteinander verknüpft.

Die Wellenlänge λ von Photonen z. B. läßt sich leicht mit einem Gitter messen. *) Bei einem Gitter treten unter bestimmten Beugungswinkeln α_n scharfe Helligkeitsmaxima auf, und zwar immer dann, wenn alle Wellen, die von den einzelnen Gitterspalten ausgehen, konstruktiv miteinander interferieren. Die Beugungswinkel α_n hängen deshalb über die Beziehung

$$d \cdot \sin\alpha_n = n \cdot \lambda \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots) \qquad (4)$$

mit der Gitterkonstanten d und der Wellenlänge λ zusammen (s.Abb. 19).

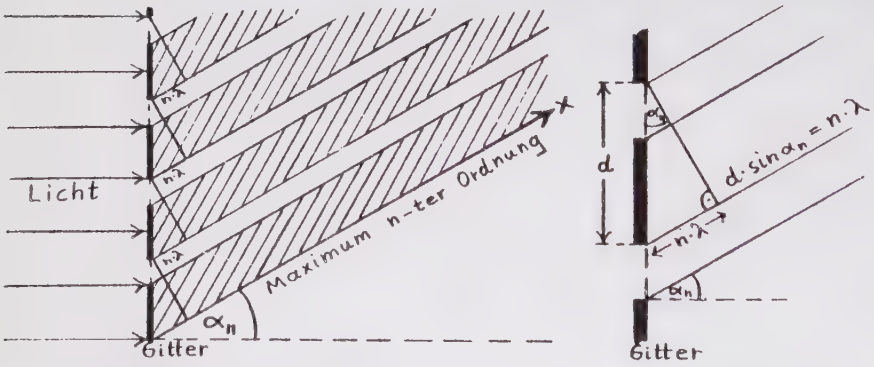


Abb. 19: Beugung am Gitter
Licht trifft auf ein Gitter und wird gebeugt. Unter bestimmten Beugungswinkeln α_n treten scharfe Helligkeitsmaxima auf. Zur Beobachtung dieser Maxima kann man z.B. eine Linse verwenden, die die parallelen Lichtbündel zu einer Spektrallinie auf einem Schirm vereinigt.

*) In ähnlicher Weise lassen sich z.B. auch die Wellenlängen von Elektronen oder Neutronen mit einem Kristallgitter bestimmen. Die hier speziell für Photonen dargestellten Überlegungen gelten prinzipiell für alle Mikroteilchen.

Nun läßt sich aber die Wellenlänge mit einem Gitter nicht beliebig genau messen; die Wellenlänge λ eines Photons bleibt also bei der Messung innerhalb eines Bereiches $\Delta\lambda$ unbestimmt. Diese Messungsgenauigkeit $\Delta\lambda$ ist abhängig von der Wellenlänge λ, der Anzahl N der Gitterspalte, und von der Ordnung n des Maximums, das man zur Wellenlängenmessung verwendet:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{n \cdot N} \qquad \text{/s.z.B. 74/} \qquad (5)$$

Für eine Wellenlängenmessung hoher Genauigkeit (d.h.: kleiner Wellenlängenunbestimmtheit $\Delta\lambda$) muß man also ein Gitter mit möglichst vielen Spalten verwenden und für ein Maximum hoher Ordnung n den Winkel α_n ausmessen.

Die Gleichung (5) für das Auflösungsvermögen des Gitters kann folgendermaßen eingeführt und begründet werden: Ausgehend von einer Betrachtung des Doppelspaltinterferenzversuches (s.S.28 u. S. 70) wird der entsprechende Interferenzversuch mit 4 Spalten analysiert. Es zeigt sich, daß auf dem Schirm zwischen je zwei Hauptmaxima, deren Lage durch die Bedingung (4) gegeben ist, immer 3 Minima der Auftreffwahrscheinlichkeitsverteilung liegen. Die Positionen der 3 Minima zwischen dem n-ten und dem n+1-ten Hauptmaximum sind durch die 3 Bedingungen

$$\begin{aligned} d \cdot \sin\alpha &= n \cdot \lambda + \tfrac{1}{4}\lambda \\ d \cdot \sin\alpha &= n \cdot \lambda + \tfrac{2}{4}\lambda \\ d \cdot \sin\alpha &= n \cdot \lambda + \tfrac{3}{4}\lambda \end{aligned}$$

gegeben. Geht man nun zu Gittern mit 8, 16, 32 und mehr Spalten über, so findet man schließlich, daß bei einem Gitter mit N Spalten zwischen je zwei Hauptmaxima N - 1 Minima liegen, deren Positionen durch die N - 1 Bedingungen

$$\begin{aligned} d \cdot \sin\alpha &= n \cdot \lambda + \tfrac{1}{N} \cdot \lambda \\ d \cdot \sin\alpha &= n \cdot \lambda + \tfrac{2}{N} \cdot \lambda \\ &\vdots \\ d \cdot \sin\alpha &= n \cdot \lambda + \tfrac{N-1}{N} \cdot \lambda \end{aligned}$$

gegeben sind. Sollen auf dem Schirm zwei Spektrallinien, die

den n - ten Hauptmaxima der beiden Wellenlängen λ und $\lambda+\Delta\lambda$ entsprechen, noch getrennt wahrgenommen werden, dann muß das n - te Hauptmaximum zur Wellenlänge λ , gegeben durch

$$d \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda,$$

von dem n - ten Hauptmaximum zur Wellenlänge $\lambda+\Delta\lambda$, gegeben durch

$$d \cdot \sin\alpha' = n \cdot (\lambda + \Delta\lambda),$$

genügend weit entfernt sein (s. Abb. 20).

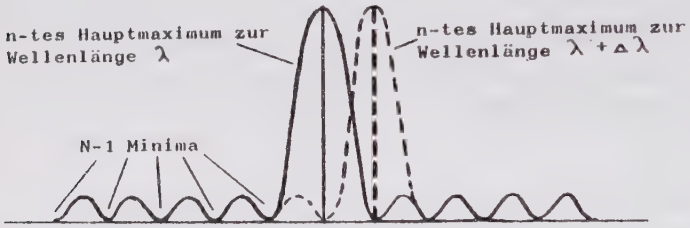


Abb. 20: Zum Auflösungsvermögen des Gitters

Das n- te Hauptmaximum zur Wellenlänge $\lambda+\Delta\lambda$ darf höchstens mit dem ersten Minimum zur Wellenlänge λ zusammenfallen (s.Abb.20).

$$n\lambda + \frac{1}{N}\cdot\lambda = n(\lambda + \Delta\lambda)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{n \cdot N} \qquad (5)$$

Bisher haben wir vorausgesetzt, daß bei unserem Versuch mit dem Gitter sehr viele Photonen beteiligt sind. Geht ein einzelnes Photon durch das Gitter und fliegt dann unter dem (beliebig genau festlegbaren) Winkel α_n weiter durch einen im Schirm ausgesparten Spalt (s. Abb. 21), so läßt sich aus der Flugrichtung vom Gitter zum Spalt die Wellenlänge λ des Photons nur mit der Unbestimmtheit $\Delta\lambda$ ermitteln, denn der Spalt im Schirm liegt auch im Bereich der n - ten Hauptmaxima zu anderen Wellenlängen, die sich bis zu einem Betrag $\Delta\lambda$ von λ unterscheiden können (s. Abb.20). M.a.W.: Photonen, die die Versuchsanordnung der Abb. 21 durch den Spalt im Schirm verlassen, haben - obwohl sich der Winkel α_n beliebig genau festlegen läßt - eine Wellenlängenunbestimmtheit

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{n \cdot N} \,. \qquad (5)$$

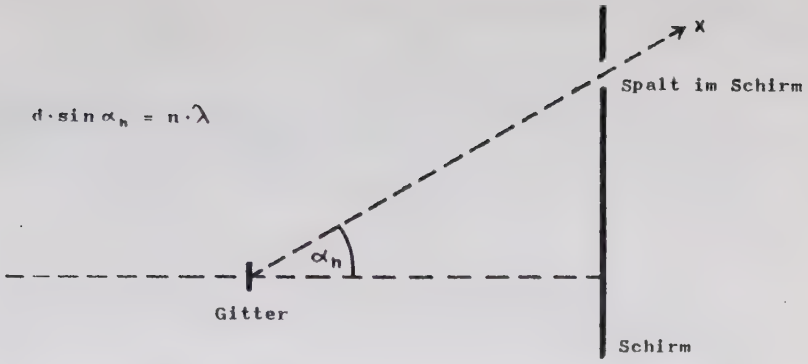


Abb. 21: Wie groß ist die Wellenlängenunbestimmtheit eines Photons, das diese Versuchsanordnung durch den Spalt im Schirm verläßt? Der Abstand zwischen Gitter und Schirm kann gegenüber der Breite des Gitters und der Breite des Spaltes beliebig groß gewählt werden, so daß sich der Winkel α_n beliebig genau festlegen läßt.

Um eine Aussage über die Impulsunbestimmtheit Δp der Photonen machen zu können, wollen wir zunächst klären, wie Δp mit der Wellenlängenunbestimmtheit $\Delta\lambda$ zusammenhängt:

$$\Delta p = \Delta\left(\frac{h}{\lambda}\right) = h \cdot \Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = h \cdot \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda}\right) = h \, \frac{\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}$$

$$\Longrightarrow \quad \Delta p \approx \frac{h \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2} \qquad (6)$$

Wenn wir nun Gleichung (5) in (6) einsetzen, so erhalten wir für die Impulsunbestimmtheit:

$$\Delta p \approx \frac{h}{n \cdot N \cdot \lambda} \qquad (7)$$

Unter dem Beugungswinkel α_n beträgt der Gangunterschied zwischen je zwei Wellen, die von benachbarten Gitterspalten ausgehen, $n \cdot \lambda$ (s. Abb. 19). Nun kann aber keine Aussage darüber gemacht werden, durch welchen der N Gitterspalte ein Teilchen bei der Impulsmessung geht. *) Ein Teilchen, welches das Gitter unter dem Beugungswinkel α_n verläßt, hat demnach (s. Abb. 19) mindestens die Ortsunbestimmtheit

$$\Delta x = N \cdot n \cdot \lambda \; . \qquad (8)$$

*) Wollte man dennoch auf irgendeine Weise experimentell bestimmen, durch welchen der Gitterspalte die Teilchen jeweils gehen, so würde man damit die für die Wellenlängen- und Impulsmessung notwendige Interferenz der von den Gitterspalten ausgehenden Wellen zerstören. Diesen Punkt werden wir noch im nächsten Kapitel anhand des Doppelspaltinterferenzversuches ausführlich erörtern.

Mit (7) und (8) erhalten wir wieder:

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \frac{h}{n \cdot N \cdot \lambda} \cdot N \cdot n \cdot \lambda = h$$

Je genauer man die Wellenlänge und den Impuls mit einem Gitter messen will, desto mehr Spalte(mit der Mindestbreite einer Wellenlänge) muß das Gitter haben, und desto größer wird die Ortsunbestimmtheit.

Ein ähnliches Ergebnis erhalten wir für die Wellenlängenmessung mit einem Prisma. Die Messungsgenauigkeit hängt nämlich von der Größe des Prismas ab: Je genauer man die Wellenlänge von Photonen mit einem Prisma bestimmen will, desto größer muß das Prisma sein /75/. Da aber - genau wie beim Gitter - keine Aussage darüber gemacht werden kann, an welcher Stelle die Photonen jeweils in das Prisma eintreten, ist bei einem großen Prisma auch die Ortsunbestimmtheit der Photonen entsprechend groß. Eine höhere Genauigkeit bei der Impulsmessung läßt sich also auch hier nur auf Kosten der Ortskenntnis erreichen.

B.II.4. Impulsmessung durch Ablenkung im Magnetfeld

Wenn Teilchen mit der Masse m und der Ladung e in ein Magnetfeld $\vec{B}$, das senkrecht zur Teilchengeschwindigkeit $\vec{v}$ gerichtet ist, eintreten, dann werden sie durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn mit dem Radius r gezwungen:

$$\frac{m v^2}{r} = e\ v\ B$$

$$\Longrightarrow \quad m\ v = e\ r\ B$$

$$\text{also: } p = e\ r\ B \qquad (9)$$

Im Abstand a hinter der Spaltblende sollen die Teilchen das Magnetfeld wieder verlassen. Sie sind dann um einen Winkel α aus ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt worden (s.Abb. 22). Für kleine Ablenkwinkel α ($\alpha \ll 1$ rad) können wir den Radius r in Gleichung (9) mittels der Beziehung $a \approx r \cdot \alpha$ durch den Winkel α ersetzen:

$$p \approx \frac{e\ a\ B}{\alpha}$$

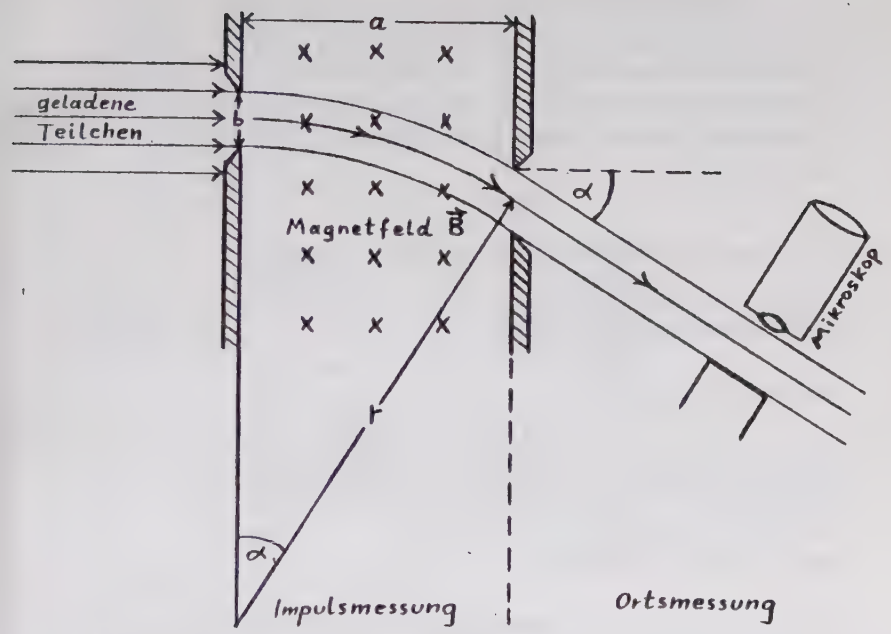


Abb. 22: Ablenkung im Magnetfeld
Geladene Teilchen fliegen durch ein Magnetfeld und werden aufgrund der Lorentzkraft um einen Winkel α aus ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt. Mit Hilfe des Ablenkwinkels α kann der Teilchenimpuls p bestimmt werden.

Da Impuls p und Ablenkwinkel α umgekehrt proportional sind, gilt für den Fall $\Delta p \ll p$ bzw. $\Delta\alpha \ll \alpha$:

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \qquad (10)$$

$$\Longrightarrow \quad \Delta p \approx \frac{p \cdot \Delta\alpha}{\alpha} = \frac{h \cdot \Delta\alpha}{\lambda \cdot \alpha} \qquad (11)$$

Die erreichbare Genauigkeit für die Messung des Ablenkwinkels α ist zweifach beschränkt:

1. aufgrund der Bündelbreite b: $\Delta\alpha \geq \frac{b}{a}$ (12)
2. wegen der Beugung an der ersten Spaltblende*): $\Delta\alpha \geq \frac{\lambda}{b}$ (13)

Aus (12) und (13) folgt durch Multiplikation: $(\Delta\alpha)^2 \geq \frac{\lambda}{a}$ (14)

*) Bzgl. der Beugung am Spalt vgl. Abschn. B.II.1.

Wenn beim Eintritt des Teilchens in das Magnetfeld sein Ort in Bewegungsrichtung mit hoher Genauigkeit bekannt war, so ist seine Ortsunbestimmtheit Δx nach Abschluß der Impulsmessung im Abstand a hinter der Spaltblende durch das Produkt aus Geschwindigkeitsunbestimmtheit Δv und Laufzeit $\frac{a}{v}$ gegeben:

$$\Delta x \approx \frac{a \cdot \Delta v}{v}$$

Nun ist $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta p}{p}$, und nach (10) gilt: $\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta \alpha}{\alpha}$

$$\Longrightarrow \quad \Delta x \approx \frac{a \cdot \Delta \alpha}{\alpha} \qquad (15)$$

Mit (11) und (15) erhalten wir:

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \frac{h \cdot \Delta \alpha}{\lambda \cdot \alpha} \cdot \frac{a \cdot \Delta \alpha}{\alpha} = \frac{h \cdot a \cdot (\Delta \alpha)^2}{\alpha^2 \cdot \lambda}$$

Unter Verwendung von Beziehung (14) wird daraus:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h \cdot a \cdot \lambda}{\alpha^2 \cdot \lambda \cdot a} = \frac{h}{\alpha^2} > h \qquad \text{(wegen } \alpha << 1 \text{ rad)}$$

Es gilt also $\Delta p \cdot \Delta x \geq h$ in Übereinstimmung mit der Unbestimmtheitsrelation /76/.

Wenn man nun, wie in Abb. 22 angedeutet, im Anschluß an die Impulsmessung eine sehr genaue Ortsmessung mit einem Mikroskop durchführt, so könnte man argumentieren, in diesem Moment seien Impuls und Ort mit einer Genauigkeit bekannt, die der Unbestimmtheitsrelation widerspricht. Man übersieht dabei aber, daß durch den Einfluß der nachgeschalteten Ortsmessung das Ergebnis der Impulsmessung wieder zerstört wird; direkt nach erfolgter Ortsmessung stimmt also der durch die Magnetfeldablenkung ermittelte Impulswert nicht mehr und darf deshalb auch nicht für Vorhersagen über das weitere Verhalten des Teilchens verwendet werden.

Die Unbestimmtheitsrelation bezieht sich nicht auf Orts- und Impulswerte, die irgendwann in der Vergangenheit gemessen oder nachträglich berechnet wurden, sondern auf Werte, die zum gegenwärtigen Zeitpunkt gemessen werden und Vorhersagen über das zukünftige Verhalten des Teilchens ermöglichen (s.S.54u.S.79).

B.II.5. Impulsmessung mit Hilfe des Dopplereffektes

Um den Impuls eines Teilchens zu bestimmen, könnte man das Teilchen mit Licht der Frequenz ν bestrahlen und die Dopplerverschiebung $\delta\nu$ des vom Teilchen reflektierten Lichtes messen (s. Abb. 23).

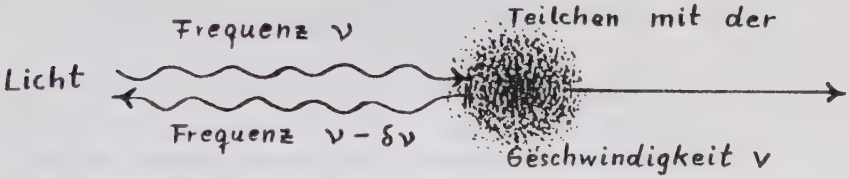


Abb. 23: Dopplereffekt
Licht der Frequenz ν trifft auf ein sich bewegendes Teilchen und wird reflektiert. Die von einem ruhenden Beobachter registrierte Frequenz des reflektierten Lichtes ist aufgrund des Dopplereffektes um einen Betrag $\delta\nu$ gegenüber der Frequenz des eingestrahlten Lichtes vermindert.

Um einen möglichst einfachen Ausdruck für die Frequenzänderung $\delta\nu$ zu erhalten, wollen wir voraussetzen, daß die Teilchengeschwindigkeit v klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit c ist. Die Frequenzänderung können wir dann folgendermaßen bestimmen:

Das sich bewegende Teilchen empfängt nicht die von einer ruhenden Lichtquelle ausgesandte Frequenz ν, sondern eine aufgrund des Dopplereffektes um $\frac{v}{c}\cdot\nu$ verminderte Frequenz /77/; diese verminderte Frequenz wird vom Teilchen auch bei der Reflexion des Lichtes ausgesandt. Da das Teilchen aber hierbei als eine bewegte Lichtquelle anzusehen ist, empfängt ein ruhender Beobachter das reflektierte Licht mit einer nochmals um $\frac{v}{c}\cdot\nu$ verminderten Frequenz. Die gesamte Frequenzänderung beträgt also

$$\delta\nu = \frac{2v\cdot\nu}{c}$$

Daraus lassen sich die Teilchengeschwindigkeit v und der Teilchenimpuls p berechnen:

$$v = \frac{c}{2\nu}\cdot\delta\nu \qquad p = \frac{mc}{2\nu}\cdot\delta\nu \qquad (16)$$

Die Ausbreitung des Lichtes (bzw. das Verhalten der Lichtquanten) kann mit Hilfe von Wellenpaketen beschrieben werden, die sich mit der Lichtgeschwindigkeit c bewegen.

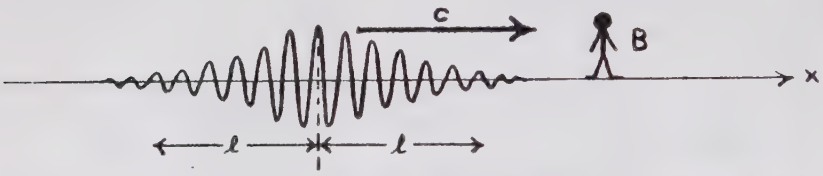


Abb. 24: Ein Lichtwellenpaket der Breite ℓ bewegt sich an einem ruhenden Beobachter B mit Lichtgeschwindigkeit vorbei.

Die Breite ℓ (s. Abb. 24) eines Wellenpaketes, das sich mit der Geschwindigkeit c bewegt, und seine von einem ruhenden Beobachter B wahrgenommene "Dauer" $2 \cdot \Delta t$ (vgl.Kap.B.I.,S.36 u.S.45) sind über die Beziehung

$$2 \cdot \Delta t \approx \frac{2\ell}{c}$$

miteinander verknüpft.

$$\Longrightarrow \quad \Delta t \approx \frac{\ell}{c} \tag{17}$$

Im Kapitel B.I. hatten wir die Beziehung

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi$$

gefunden. Nach Division durch 2π wird daraus:

$$\Delta\nu \cdot \Delta t \approx 1 \tag{18}$$

Einsetzen von (17) in (18) ergibt:

$$\Delta\nu \approx \frac{c}{\ell} \tag{19}$$

Die Lichtfrequenz ist also mit einer Unbestimmtheit $\Delta\nu$ behaftet, die von der Breite ℓ des Lichtwellenpaketes abhängt. Wenn aber schon die Frequenz ν nicht genau bestimmt werden kann, dann gilt das natürlich erst recht für die Messung der Frequenzänderung $\delta\nu$; diese ist (mindestens) im selben Maße unbestimmt wie die Frequenz selbst. Dann läßt sich aber wegen Gleichung (16) auch der Impuls p des Teilchens nicht genau bestimmen, und mit (19) können wir folgern:

$$p = \frac{mc}{2\nu} \cdot \delta\nu \qquad (16)$$

$$\Longrightarrow \quad \Delta p = \frac{mc}{2\nu} \cdot \frac{c}{\ell} \qquad *) \qquad (20)$$

Wenn wir in (20) $\frac{c}{\nu}$ durch die Wellenlänge λ des Lichts ersetzen, so ergibt sich für die Impulsunbestimmtheit:

$$\Delta p = \frac{mc\lambda}{2\ell} \qquad (21)$$

Im Rahmen der klassischen Physik ist die beschriebene Methode zur Messung des Impulses unproblematisch, denn der Impuls p kann auf diese Weise prinzipiell mit jeder gewünschten Genauigkeit Δp bestimmt werden (man muß nur die Breite ℓ des Lichtwellenpaketes groß genug und die Wellenlänge λ des Lichtes klein genug wählen), und gleichzeitig läßt sich der Einfluß des reflektierten Lichtes auf das Teilchen - gemäß der klassischen Physik - im Prinzip beliebig genau kontrollieren.

Anders in der Quantenphysik; hier haben wir folgendes zu berücksichtigen: Zur Messung der Frequenzänderung $\delta\nu$ muß mindestens ein Photon vom Teilchen reflektiert werden. Durch den Rückstoß wird dabei auf das Teilchen der Impuls $2 \cdot \frac{h}{\lambda}$ übertragen. Das Teilchen erhält also eine zusätzliche Geschwindigkeit $\frac{2h}{m\lambda}$. Nun ist aber dem Photon ein Wellenpaket der Breite ℓ zugeordnet, das die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Photons angibt, und darum kann nicht entschieden werden, <u>wann</u> innerhalb der Zeitspanne $\Delta t \approx \frac{\ell}{c}$ das Teilchen die zusätzliche Geschwindigkeit $\frac{2h}{m\lambda}$ bekommt! Daraus ergibt sich eine Ortsunbestimmtheit

$$\Delta x \approx \frac{2h}{m\lambda} \cdot \Delta t = \frac{2h\ell}{m\lambda c} \; . \qquad (22)$$

Mit (21) und (22) erhalten wir wieder:

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \frac{mc\lambda}{2\ell} \cdot \frac{2h\ell}{m\lambda c} = h$$

---

*) Wegen $v << c$ ist $\delta\nu << \nu$, und somit können wir bei unserer Abschätzung die Frequenzunbestimmtheit $\Delta\nu$ für die Frequenz ν selbst unberücksichtigt lassen.

Häufig wird gesagt, der Grund für die Gültigkeit der Unbestimmtheitsrelation liege darin, daß jede Messung auf das Meßobjekt einwirkt und eine Veränderung seines ursprünglichen Zustandes hervorruft. Diese Aussage ist aber in dieser Form unvollständig. Wir haben ja soeben den Einfluß der Messung auf das Meßobjekt - nämlich den Impulsübertrag des Photons auf das Teilchen - ausdrücklich in unsere Überlegungen einbezogen; trotzdem erhielten wir eine von Null verschiedene Ortsunbestimmtheit des Teilchens. Der entscheidende Punkt war dabei, daß wir nicht genau sagen konnten, wann das Teilchen den zusätzlichen Impuls bekam /78/. Also ist die Gültigkeit der Unbestimmtheitsrelation nicht allein darauf zurückzuführen, daß jede Messung das Meßobjekt beeinflußt, sondern vielmehr darauf, daß diese Einwirkung prinzipiell nicht genau kontrolliert werden kann.

Auch in der klassischen Physik kann der Zustand eines Meßobjektes durch die Messung verändert werden. Z.B. verändert eine Probeladung, mit deren Hilfe die elektrische Feldstärke an einem Ort gemessen werden soll, durch Influenzwirkung die Ladungsverteilung in der Umgebung und damit auch die elektrische Feldstärke. Innerhalb der klassischen Physik kann jedoch die Beeinflussung des Meßobjektes durch die Messung immer - zumindest im Prinzip - genau kontrolliert und theoretisch eliminiert werden.

Für die Quantentheorie dagegen, nach der eine genaue Kontrolle der Meßwechselwirkung nicht möglich ist, wird der Meßprozeß zum grundlegenden Ausgangspunkt - man kann deshalb die Quantentheorie als eine Theorie des Meßprozesses ansehen. Während die klassische Physik bei ihren Aussagen die beliebig genaue Meßbarkeit physikalischer Größen einfach axiomatisch voraussetzt, stellt die Quantentheorie die Frage nach den Bedingungen der Möglichkeit physikalischer Messungen

in den Mittelpunkt; sie handelt nicht von einer unabhängig von uns existierenden Natur, sondern davon, wie wir messend Kenntnis über die Natur erlangen. Die Quantentheorie gelangt somit auf einer gegenüber der klassischen Physik höheren Reflexionsstufe zu ihren Aussagen.

Ergänzende Literaturstellen:

Feynman: Kap. 2, S. 2-6 /47/
Bader: S. 39, S. 50 f /48/
Kuhn: S. 110, S. 120-122 /49/
Brachner, Fichtner: S. 70 f /50/

B.III. Ununterscheidbarkeit

B.III.1 Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen

Wir sind nun in der Lage, das im Teil A bereits erwähnte, merkwürdige Verschwinden der Interferenzstreifen beim Doppelspaltversuch mit Elektronen zu erklären, das immer dann auftritt, wenn man experimentell bestimmt, durch welchen Spalt die Elektronen gehen. Unterscheidet man nicht experimentell zwischen den beiden Möglichkeiten - "das Elektron geht durch Spalt 1" oder "das Elektron geht durch Spalt 2" - so treten die Interferenzstreifen auf, und zwar mit einem Winkelabstand $\frac{\lambda}{d}$ *) und einem Abstand $\frac{\lambda \cdot a}{d}$ auf dem Schirm, wobei λ die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen, d der Abstand der beiden Spalte und a der Abstand des Schirms von der Doppelspaltblende ist (s. Abb. 25).

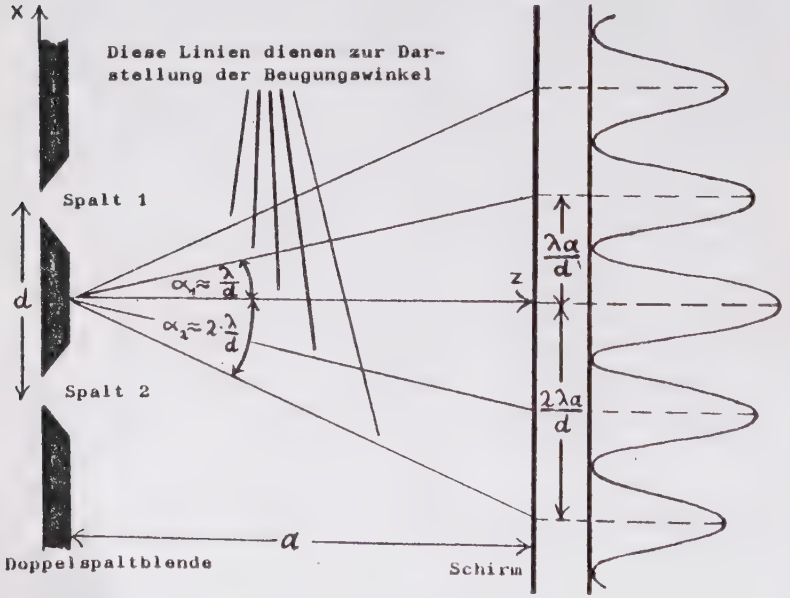


Abb. 25: Elektroneninterferenz am Doppelspalt
Elektronen treffen auf eine Doppelspaltblende und werden aufgrund ihrer Welleneigenschaften gebeugt. Auf dem Schirm können unter bestimmten Winkeln Maxima und Minima der Auftreffwahrscheinlichkeitsverteilung beobachtet werden. Die Maxima treten immer dann auf, wenn die von den beiden Spalten ausgehenden Einzelwellen konstruktiv miteinander interferieren, wenn also der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge beträgt. (vgl.Abb.1 auf S. 28)

*) Diese Näherung für kleine Beugungswinkel α verwenden wir nur, um die folgenden Rechnungen möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten; so kann z. B. immer $\sin\alpha$ durch α ersetzt werden. Entsprechende Rechnungen für größere Beugungswinkel würden zu den gleichen Ergebnissen führen.

a) Wir wollen nun - z.B. mit Hilfe einer Lichtquelle (s.Abb.26), die wir hinter der Doppelspaltblende aufstellen - beobachten, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, die auf dem Schirm registriert werden /79/. Das heißt aber, daß wir unmittelbar hinter der Doppelspaltblende an den Elektronen eine Ortsmessung durchführen. Wenn nun diese Ortsmessung darüber Auskunft geben soll, ob das jeweilige Elektron durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 gegangen ist, dann muß die Ortsunbestimmtheit Δx kleiner als der Abstand d der beiden Spalte sein (s. Abb. 26).

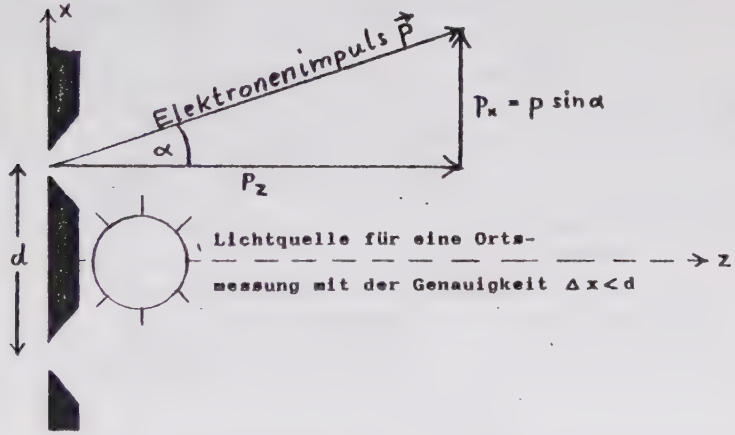


Abb. 26: Ortsmessung der Elektronen
Mit Hilfe einer hinter der Blende angebrachten Lichtquelle kann bestimmt werden, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, indem man die von den Elektronen reflektierten Photonen registriert. (Abb. 26 ist ein Ausschnitt von Abb.25)

Mit der Ortsunbestimmtheit Δx ist jedoch eine Impulsunbestimmtheit $\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x}$ verknüpft.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x < d \\ \Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x} \end{array}\right\} \Longrightarrow \Delta p_x > \frac{h}{d} \qquad (1)$$

Der Betrag p des Elektronenimpulses $\vec{p}$ ist mit der Impulskomponente p_x durch die Beziehung $p_x = p \cdot \sin\alpha$ verknüpft (s. Abb. 26).

$$\Longrightarrow \Delta p_x = \Delta(p \cdot \sin\alpha) = p \cdot \Delta(\sin\alpha) \approx p \cdot \Delta\alpha = \frac{h}{\lambda} \cdot \Delta\alpha \quad (2)$$

Zusammen mit der Beziehung (1) erhalten wir:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta p_x > \frac{h}{d} \\ \Delta p_x \approx \frac{h}{\lambda} \cdot \Delta\alpha \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{h}{\lambda} \cdot \Delta\alpha > \frac{h}{d} \Longrightarrow \boxed{\Delta\alpha > \frac{\lambda}{d}} \quad (3)$$

Die Winkelunbestimmtheit $\Delta\alpha$ ist somit größer als der Winkelabstand $\frac{\lambda}{d}$ zweier Interferenzstreifen. Das bedeutet aber, daß die Interferenzstreifen völlig "verwischt" sind; der Schirm wird gleichmäßig bestrahlt, die Interferenzerscheinung ist verschwunden.

b) Aber vielleicht können wir die Interferenzstreifen erhalten und trotzdem bestimmen, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, wenn wir an den Elektronen keine Messung vornehmen, dafür aber die x-Komponente des Impulses messen, der von jedem Elektron auf die Doppelspaltblende übertragen wird. Wir nehmen also eine in x - Richtung bewegliche Doppelspaltblende, messen den Impulsübertrag des Elektrons auf die Blende und registrieren den Ort S, wo das Elektron auf den Schirm trifft. (s. Abb. 27)

Damit aus der Impulsmessung der Blende ermittelt werden kann, ob das Elektron den Weg 1 oder den Weg 2 genommen hat, muß die Impulsunbestimmtheit Δp_B der Blende kleiner sein als die Impulsdifferenz $|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$. ($\vec{p}_1$ und $\vec{p}_2$ sind die Elektronenimpulse auf den beiden Wegen von der Blende zum Punkt S auf dem Schirm.)

$$\Delta p_B < |\vec{p}_1 - \vec{p}_2| \quad (4)$$

Mit der Impulsunbestimmtheit Δp_B ist aber eine Ortsunbestimmtheit Δx_B der Blende verknüpft:

$$\Delta x_B \approx \frac{h}{\Delta p_B} \quad (5)$$

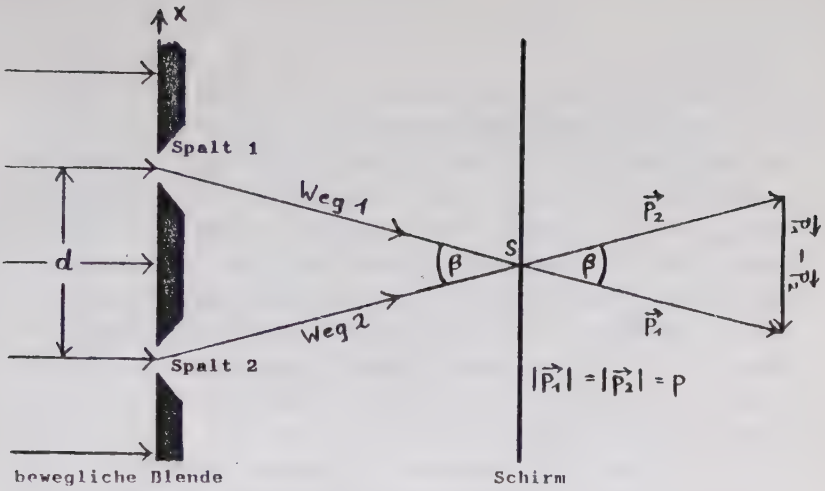


Abb. 27: Impulsmessung der Blende
Elektronen treffen auf eine in x - Richtung bewegliche Doppelspaltblende. Ein Elektron, das durch den ersten Spalt - also auf Weg 1 - zum Ort S auf den Schirm gelangt, wird an der Blende nach unten (in die negative x-Richtung) abgelenkt, so daß die Blende einen Rückstoß nach oben erhält. Nimmt das Elektron dagegen den Weg 2, dann wird auf die Blende ein nach unten gerichteter Impuls übertragen. Aus der Messung des Impulsübertrages auf die bewegliche Blende läßt sich also bestimmen, durch welchen Spalt das Elektron gegangen ist.

Unter Benutzung von (4) wird aus (5):

$$\Delta x_B > \frac{h}{|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|} \qquad (6)$$

Nun gilt nach Abb. 27:

$$|\vec{p}_1 - \vec{p}_2| \approx p \cdot \beta \approx p \cdot \frac{d}{a} = \frac{h \cdot d}{\lambda \cdot a} \qquad (7)$$

Wenn wir (7) in (6) einsetzen, so erhalten wir:

$$\boxed{\Delta x_B > \frac{\lambda a}{d}} \qquad (8)$$

Die Ortsunbestimmtheit der Doppelspaltblende in x - Richtung ist also größer als der Abstand der Interferenzstreifen auf dem Schirm. Das heißt aber wiederum, daß die Interferenzstreifen völlig "verwischt" werden. Wenn man experimentell bestimmen will, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, dann läßt sich die Interferenzerscheinung auch dadurch nicht retten, daß man, anstelle einer Ortsmessung an den Elektronen, eine Impulsmessung an der Doppelspaltblende vornimmt.

Stellt man die Frage, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, dann bezieht sich diese Fragestellung nur auf die Korpuskeleigenschaften der Elektronen, während ihre Welleneigenschaften unberücksichtigt bleiben. (Denn bei einer im Raum ausgedehnten Welle ist die Frage sicher nicht sinnvoll, durch welchen der beiden Spalte sie gegangen sei; eine Welle kann durch beide Spalte gehen.) Entsprechend rückt nun aber auch die experimentelle Antwort auf die Frage, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, nur die Korpuskeleigenschaften in den Vordergrund, während die Welleneigenschaften ganz in den Hintergrund treten: die Interferenzstreifen, die ja einen deutlichen Hinweis auf die Welleneigenschaften der Elektronen darstellen, verschwinden, sobald experimentell bestimmt wird, durch welchen Spalt die Elektronen gehen. Auf dem Schirm wird nun eine Auftreffwahrscheinlichkeitsverteilung beobachtet, die man bei Korpuskeln erwarten würde.

Dieses Ergebnis kann in einem allgemeineren Sinne folgendermaßen zusammengefaßt werden: Stellen wir eine Frage, die sich nur auf bestimmte Eigenschaften eines Objektes bezieht, dann erhalten wir die experimentelle Antwort auf die Frage dergestalt, daß diese Eigenschaften hervor- und andere zurücktreten."Wir können wählen, welchen Ausschnitt der Wirklichkeit wir jeweils anschaulich erfassen wollen; das Ganze aber entzieht sich dem Zugriff des messenden Menschen." /80/ Der Grund dafür besteht darin, daß es in der Quantenphysik nicht möglich ist, "von den Veränderungen abzusehen, die jede Beobachtung an dem beobachteten Gegenstand hervorbringt. Durch die Art der Beobachtung erst wird entschieden, welche Züge der Natur bestimmt werden und welche wir durch unsere Beobachtungen verwischen." (s. Kap. B.I; S. 43) In unserem Beispiel wurde experimentell bestimmt, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, aber durch diese Art der Beobachtung haben wir die Interferenzstreifen verwischt. Wir begegnen hier wieder dem aktiven Eingriff, der mit jedem Experiment unauflösbar verbunden ist. Deshalb wurde bisher auch konsequent unser experimenteller Eingriff nicht in der Weise

beschrieben, daß festgestellt oder ermittelt wird, durch welchen Spalt die Elektronen gehen; diese Formulierung erweckt nämlich den Eindruck, als würden die Elektronen, auch wenn wir sie gar nicht im Experiment dabei "ertappen", entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 gehen. Stattdessen haben wir bisher immer davon gesprochen, daß experimentell bestimmt wird, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, denn wir machen es ja erst durch unseren aktiven, experimentellen Eingriff bestimmt, daß ein Elektron durch einen der beiden Spalte geht.

„Jedes Experiment ist ein Zwang, den wir der Natur auferlegen. Sie muß auf den Zwang reagieren, und das Gesetz dieser Reaktion können wir in Formeln fassen. Aber jede Aussage gilt nur in bezug auf das Experiment, durch das sie gewonnen wurde, und kann nicht verallgemeinert werden auf einen hypothetischen objektiven, ungestörten Zustand der Teilchen oder Wellen, die wir im Experiment gesehen haben; denn wir müssen uns eingestehen, daß wir diese anschaulichen Erscheinungsformen des Wirklichen durch unser Experiment selbst erst geschaffen haben." /81/ M.a.W.: In der Quantenphysik läßt sich das Naturgeschehen nicht mehr vollständig "objektivieren".

Wir, die Beobachter, sind also bei einem Experiment, um eine bildhafte Formulierung Bohrs zu gebrauchen, nicht nur Zuschauer eines Schauspiels, sondern zugleich auch Akteure auf der Bühne. Das heißt aber, daß wir uns von der Auffassung lösen müssen, die Gegenstände der Physik hätten alle ihre Eigenschaften bereits unabhängig von unseren Experimenten. Bevor wir nicht entsprechende Experimente (und damit die zugehörigen Eigenschaften) gemacht haben, sollten wir den Gegenständen diese Eigenschaften auch nicht zuschreiben. Diesen Punkt werden wir im folgenden Abschnitt erneut aufgreifen.

B.II.2. Kohärenzbedingung, Interferenz und Ununterscheidbarkeit

Wir haben im letzten Abschnitt gesehen, daß beim Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen die Interferenzstreifen immer dann verschwinden, wenn man auf irgendeine Weise experimentell bestimmt, durch welchen der beiden Spalte die Elektronen auf ihrem Weg von der Elektronenquelle zum Auffangschirm gehen. Wenn man dagegen nicht zwischen den beiden Möglichkeiten - "das Elektron geht durch Spalt 1" oder "das Elektron geht durch Spalt 2" - experimentell (also mit Hilfe einer geeigneten Meßanordnung) unterscheidet, dann treten die Interferenzstreifen auf. Experimentelle Ununterscheidbarkeit und Interferenz sind also offensichtlich eng miteinander verknüpft. Dieser Punkt soll im folgenden näher diskutiert und vertieft werden.

Die klassische räumliche Kohärenzbedingung

$$\Delta x \cdot \sin\gamma \ll \lambda \qquad (9)$$

verlangt, daß bei Interferenzversuchen die lineare Ausdehnung Δx der Lichtquelle und der Öffnungswinkel γ des verwendeten Lichtbündels (s. Abb. 28) zugleich nicht beliebig groß gewählt werden dürfen /82/.

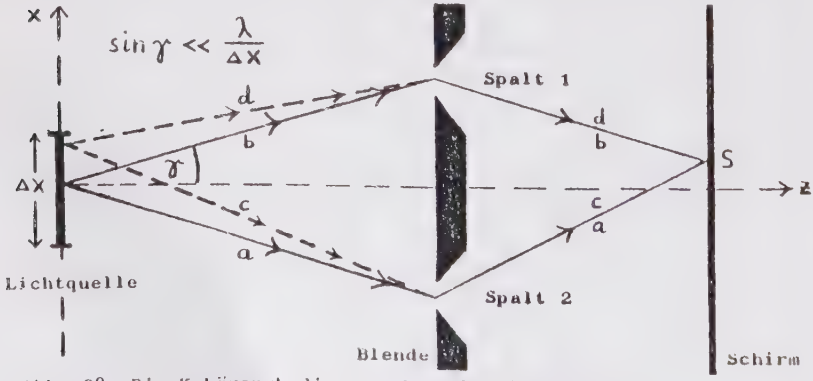


Abb. 28: Die Kohärenzbedingung der klassischen Physik
Die Kohärenzbedingung verlangt, daß bei Interferenzversuchen das Produkt $\Delta x \cdot \sin\gamma$ klein gegenüber der Wellenlänge λ sein muß. Dadurch ist gewährleistet, daß alle Punkte der Lichtquelle in einem Punkt S des Schirms durch Interferenz die gleiche Helligkeit hervorrufen. So ist z.B. der Gangunterschied zwischen den Wegen a und b (durchgezogen) annähernd der gleiche, wie der zwischen den Wegen c und d (gestrichelt).

Die Kohärenzbedingung (9) formen wir nun um, indem wir sie mit der Planckschen Konstanten h multiplizieren und durch die Wellenlänge λ dividieren:

$$\Delta x \cdot \frac{h}{\lambda} \sin\gamma << h \qquad (10)$$

Die Größe $\frac{h}{\lambda} \sin\gamma$ kann als die Impulsunbestimmtheit $\tilde{\Delta} p_x$ der für den Interferenzversuch der Abb. 28 verwendeten Photonen angesehen werden (s. Abb. 29). Aus (10) wird damit:

$$\tilde{\Delta} p_x \cdot \Delta x << h \qquad (11)$$

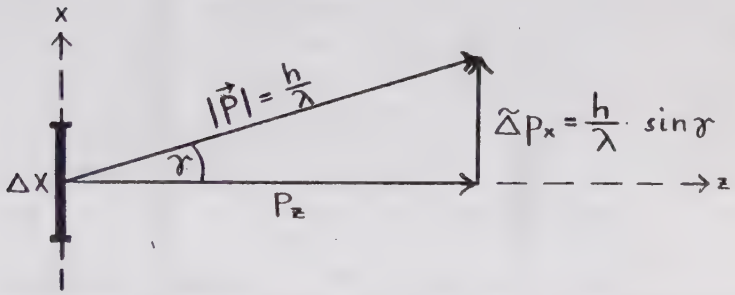


Abb. 29: Die Impulsunbestimmtheit $\tilde{\Delta} p_x$ der für den Interferenzversuch der Abb. 28 verwendeten Photonen beträgt $\frac{h}{\lambda} \sin\gamma$.

Dieses Ergebnis ist auf den ersten Blick sehr erstaunlich, denn es scheint der Unbestimmtheitsrelation

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \gtrsim h \qquad (12)$$

kraß zu widersprechen. Es soll nun zunächst begründet werden, warum hier kein Widerspruch vorliegt. Im Anschluß daran werden wir dann auf den Zusammenhang von Kohärenzbedingung, Interferenz und Ununterscheidbarkeit eingehen.

Als Lichtquelle für den in Abb. 28 skizzierten Interferenzversuch nehmen wir einen beleuchteten Spalt der Breite Δx (s. Abb. 30). Aufgrund der Beugung des beleuchteten Spaltes ein Lichtbündel aus mit einem Öffnungswinkel α von der Größenordnung

$$\sin\alpha \approx \frac{\lambda}{\Delta x} \,. \qquad \text{(s.S. 52 f)}$$

Für die Orts- und Impulsunbestimmtheit der Photonen, die gerade die Spaltblende passieren, folgt gemäß S. 53:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \approx h$$

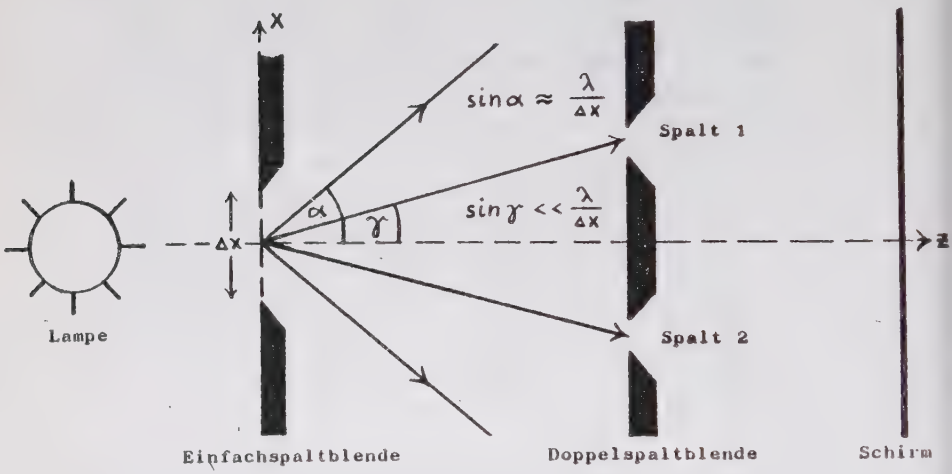


Abb. 30: Bei diesem Versuchsaufbau können sich nur solche Photonen am Interferenzversuch "beteiligen", die den beleuchteten Spalt in eine Richtung verlassen, die höchstens um den Winkel γ von der z-Richtung abweicht, wobei γ klein gegenüber dem mittleren Einzelspaltbeugungswinkel $\alpha \approx \lambda/\Delta x$ ist.

Für die den beleuchteten Spalt verlassenden Photonen gilt also die Unbestimmtheitsrelation. Von diesen Photonen werden aber, bedingt durch die räumliche Anordnung der Doppelspaltblende, nur solche für den Interferenzversuch "ausgewählt", die mit einem Öffnungswinkel $\gamma << \alpha$ den beleuchteten Spalt verlassen. Für größere Winkel als γ treffen die Photonen außerhalb der beiden Spalte 1 und 2 auf die Doppelspaltblende und können sich daher nicht am Interferenzversuch "beteiligen".

Für ein Photon, das gerade den beleuchteten Spalt verläßt, kann wegen der Unbestimmtheitsrelation nicht vorhergesagt werden, ob es überhaupt durch einen der Spalte 1 oder 2 gehen wird, und erst recht nicht, durch welchen Spalt es gehen wird! Erst wenn ein Photon auf dem Auffangschirm

registriert wird, läßt sich nachträglich sagen, daß dieses Photon beim Verlassen des beleuchteten Spaltes die Bedingung

$$\tilde{\Delta} p_x \cdot \Delta x << h \qquad (11)$$

erfüllte. Die Unbestimmtheitsrelation bezieht sich aber - wie in den Abschnitten B.II.1. und B.II.4. bereits hervorgehoben - auf Werte des Ortes und des Impulses, die experimentelle Vorhersagen ermöglichen, und nicht auf solche Werte, die nachträglich rechnerisch bestimmt wurden und somit empirisch nicht überprüft werden können. Die Physik formuliert Vorhersagen für das "Ergebnis zukünftiger Entscheidungen von empirisch entscheidbaren Alternativen." (s.S. 54) Die besondere Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen besteht darin, daß sie nicht nur zu zahlreichen Vorhersagen führen, sondern zugleich auch den Rahmen abstecken, innerhalb dessen überhaupt derartige Vorhersagen möglich sind. Wenn z.B. Ort und Impuls eines Objektes zum gegenwärtigen Zeitpunkt innerhalb gewisser Bereiche unbestimmt sind, dann kann das zukünftige Bewegungsverhalten dieses Objektes nur statistisch vorhergesagt werden.

Die Beziehung (11) ermöglicht aber keine - auch keine statistischen! - Vorhersagen für das Ergebnis zukünftiger Messungen, weil über ein Photon erst nach der Registrierung auf dem Schirm gesagt werden kann, daß es zuvor, beim Verlassen des Spaltes, die Beziehung (11) erfüllt hat. Dieser Tatsache ist durch die unterschiedlichen Bezeichnungen $\tilde{\Delta} p_x$ und Δp_x Rechnung getragen worden. Die Kohärenzbedingung (11) beinhaltet also offensichtlich keinen Widerspruch zur Unbestimmtheitsrelation (12). *)

*) Die hier für Photonen dargestellten Überlegungen lassen sich natürlich auch auf Elektronen und andere Teilchen übertragen. Insbesondere ergibt sich damit für den bereits diskutierten Doppelspaltversuch mit Elektronen, daß auch vor dem Durchgang durch die Doppelspaltblende nicht ermittelt werden kann, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, ohne daß die Kohärenzbedingung verletzt wird und damit die Interferenzstreifen verschwinden.

Um nun, wie angekündigt, den Zusammenhang zwischen Kohärenzbedingung, Interferenz und Ununterscheidbarkeit möglichst anschaulich diskutieren zu können, nehmen wir einmal an, die Länge von Garagen sei zu bestimmen, und das genaueste überhaupt existierende Gerät für Längenmessungen sei der 'Zoll'stock. Auf dem Zollstock kann man zwar noch Millimeterwerte ablesen, aber der Zollstock muß auch richtig angelegt und evtl. verschoben werden; als prinzipielle untere Schranke für die Messungsgenauigkeit sei deshalb 2 mm angenommen.
Wenn nun ein Handwerker für Garage A die Länge 5,742 m mißt und für Garage B die Länge 5,743 m, läßt sich dann unter unseren - künstlichen - Voraussetzungen sagen, daß B eine andere Länge als A hat?

Angenommen, es würde jemand diese Aussage für sinnvoll halten, dann müßte er zwischen den beiden Werten experimentell unterscheiden können. Ein Instrument dafür steht uns aber aufgrund unserer Voraussetzungen nicht zur Verfügung. Man muß sich hier von der Auffassung lösen, die Gegenstände der Physik hätten schon an sich, unabhängig von jeder Messung - einen Ort, eine Länge, eine Geschwindigkeit, eine Energie usw. (s.S. 75). Im Hinblick darauf, daß Alternativen in der Physik empirisch entscheidbar sein müssen (s.S. 79), ist eine solche Aussage inhaltlich bedeutungslos und führt darüber hinaus etwa bei der Interpretation des Doppelspaltinterferenzversuches*) oder auch relativistischer Phänomene wie der Lorentzkontraktion zu Widersprüchen. Obwohl also die beiden Zahlenwerte 5,742 und 5,743 verschieden sind, müssen wir dennoch im Rahmen unserer künstlich gemachten Voraussetzungen sagen: Die Garagen A und B sind von gleicher Länge.

---

*) So bedeutet letztlich die Auffassung, jedes Elektron müsse, auch wenn man es gar nicht dabei beobachtet, entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 gehen, daß man an der klassischen Korpuskelvorstellung festhält; dann muß natürlich jede Interferenz absurd erscheinen. Die Unbestimmtheitsrelation begrenzt aber die Anwendbarkeit des klassischen Korpuskelbegriffs auf Elektronen oder andere Mikroteilchen in einer solchen Weise, daß im Falle von Interferenz die Ortsunbestimmtheit der Elektronen an der Doppelspaltblende größer als der Abstand der beiden Spalte wird und somit die eben genannte Auffassung ihren Sinn verliert (s.S. 41 u. S. 75).

Was in unserem Beispiel der Längenmessung durch eine willkürliche Voraussetzung eingeführt wurde - eine Länge läßt sich nur bis auf 2 mm genau messen - gilt nun analog, in etwas anderer Form, für die Orts- und Impulsmessung an einem Teilchen aufgrund der Unbestimmtheitsrelation: Ort und Impuls eines Teilchens können nicht gleichzeitig beliebig genau gemessen werden; das Produkt aus Orts- und Impulsunbestimmtheit ist mindestens so groß wie die Planck-sche Konstante h. Wir wollen versuchen, diesen Sachverhalt grafisch zu verdeutlichen:
Während man bei der Längenmessung die minimalen Unbestimmt-heiten durch kleine Strecken der Länge 2 mm darstellen kann, muß man bei der gleichzeitigen Orts- und Impulsmessung aufgrund der Unbestimmtheitsrelation die minimalen Unbe-stimmtheiten im x - p - Diagramm als kleine Rechtecke einzeichnen (s. Abb. 31).
Die Form dieser Rechtecke ist beliebig, aber die "Fläche" beträgt wegen der Unbestimmtheitsrelation immer h.

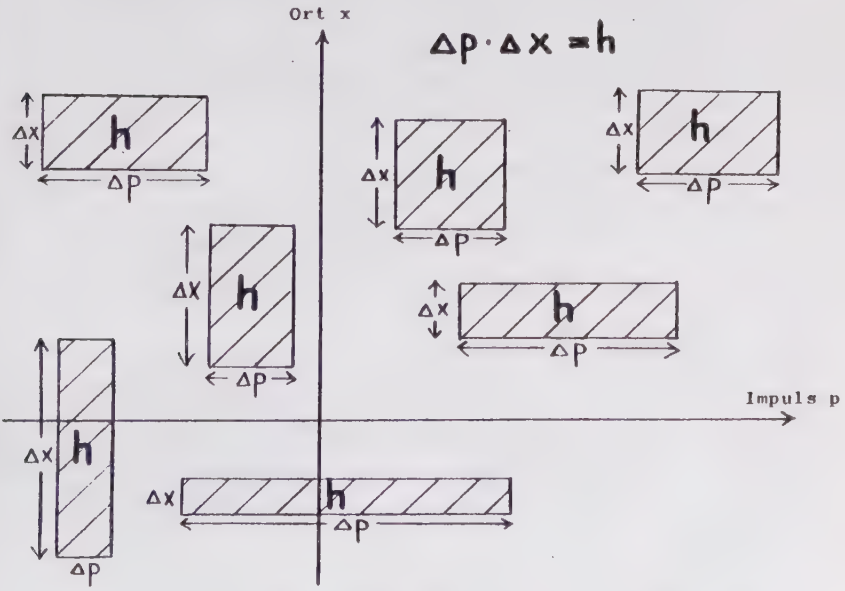


Abb. 31: Die minimalen Unbestimmtheiten bei gleichzeitiger Orts- und Impulsmessung können im Orts-Impuls-Diagramm durch Rechtecke der "Fläche" h veranschaulicht werden.

Unter unseren Voraussetzungen gibt es in einem Bereich von 1 m nur $\frac{1000\ \text{mm}}{2\ \text{mm}} = 500$ verschiedene Längenangaben. In entsprechender Weise ergibt sich, daß in einem gegebenen, endlichen Bereich des x - p - Diagramms nur endlich viele, verschiedene Paare von Orts- und Impulsangaben möglich sind.

In der Mechanik hat man sich daran gewöhnt, den Zustand eines Systems durch Orts- und Impulskoordinaten zu kennzeichnen. Der Zustand eines physikalischen Systems ist zwar erst durch die Angabe aller jeweils veränderlichen physikalischen Größen vollständig charakterisiert, aber im allgemeinen reichen schon einige wenige Größen aus, um damit die übrigen zu bestimmen. So kann man bei einem Teilchen aus dem Ort und dem Impuls alle anderen mechanischen Größen wie Geschwindigkeit, Energie, Drehimpuls usw. erhalten. *)

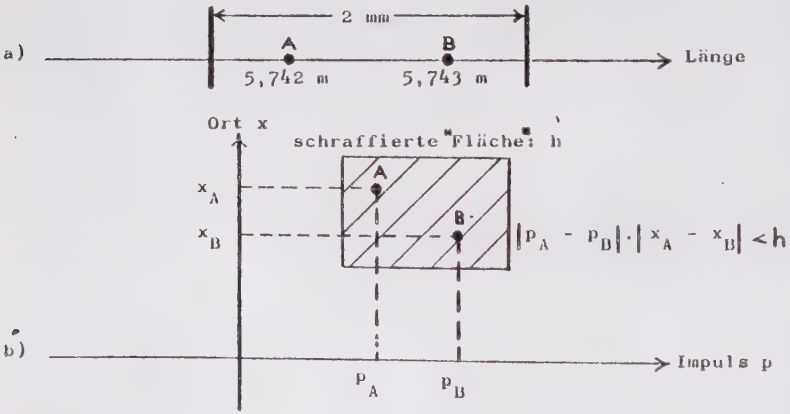


Abb. 32: a) Die zwei Längenwerte 5,742 mm und 5,743 m laufen bei einer Messungsgenauigkeit von 2 mm auf dieselbe Längenangabe hinaus.
b) Zwei Teilchen A und B, deren Orts-Impuls-Werte die Beziehung $|p_A - p_B| \cdot |x_A - x_B| < h$ erfüllen, müssen als Teilchen in demselben Zustand angesehen werden.

*) Größen, die sich bei den jeweils betrachteten Vorgängen nicht verändern, wie z. B. die Masse und die Ladung eines Teilchens oder ein Potentialfeld, werden dabei als bekannt vorausgesetzt.

Statt von Orts- und Impulsangaben können wir deshalb auch kürzer von Zuständen sprechen. In einem gegebenen, endlichen Bereich des Orts-Impuls-Diagramms*) gibt es also nur endlich viele, verschiedene Zustände eines Teilchens.
2 Teilchen A und B, deren Orts-Impuls-Werte die Beziehung

$$|p_A - p_B| \cdot |x_A - x_B| < h$$

erfüllen, müssen als Teilchen in demselben Zustand angesehen werden, so wie die zwei Längenwerte 5,742 m und 5,743 m bei einer Messungsgenauigkeit von 2 mm auf dieselbe Längenangabe hinauslaufen (s. Abb. 32).

Photonen, die die Kohärenzbedingung

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \ll h \qquad (11)$$

erfüllen, befinden sich also in diesem Sinne in demselben Zustand, ihre Zustände sind experimentell ununterscheidbar, und sie sind, weil sie ja die Kohärenzbedingung erfüllen, interferenzfähig. Wir stoßen also wieder auf die enge Kopplung zwischen Ununterscheidbarkeit und Interferenz. Hier offenbart sich ein grundlegendes Prinzip der Quantenphysik:

> Interferenz als Ausdruck des Wellencharakters der Materie tritt genau dann auf, wenn man zwischen zwei oder mehreren im Korpuskelbild möglichen Alternativen experimentell nicht unterscheiden kann. Wird die Versuchsanordnung so abgeändert, daß eine Unterscheidung möglich ist, verschwindet die Interferenzerscheinung.

B.III.3. Teilchen im "Kasten", harmonischer Oszillator und Wasserstoffatom

Die Abb. 31 beinhaltet noch einen weiteren interessanten Aspekt, der uns mit einfachsten Mitteln sehr weit führen wird. Jeder Zustand eines Teilchens beansprucht offensichtlich im Orts-Impuls-Diagramm eine "Fläche" von der Größe des Planckschen Wirkungsquantums, oder anders ausgedrückt:

*) Die übliche aber mißverständliche Bezeichnung "Phasenraum" ist hier bewußt nicht verwendet worden.

In einem endlichen Bereich des Orts-Impuls-Diagramms gibt es auch nur endlich viele verschiedene Zustände, und deren Anzahl erhält man dadurch, daß man die "Fläche" dieses Bereiches durch die Plancksche Konstante h teilt.

a) Teilchen im Potentialkasten

Wir wollen dieses Ergebnis auf ein Teilchen im eindimensionalen Potentialkasten der Länge L anwenden. (Die potentielle Energie des Teilchens ist für $0 \leq x \leq L$ konstant Null und außerhalb dieses Intervalls unendlich groß, so daß das Teilchen den Bereich von 0 bis L unter keinen Umständen verlassen kann). Wir beschränken uns zunächst auf Impulswerte bis zu einem maximalen Wert p. Da sich das Teilchen im Potentialkasten hin- und herbewegen kann, erstreckt sich der Impulsbereich von -p bis + p und der Ortsbereich von x = 0 bis x = L (s. Abb.33).

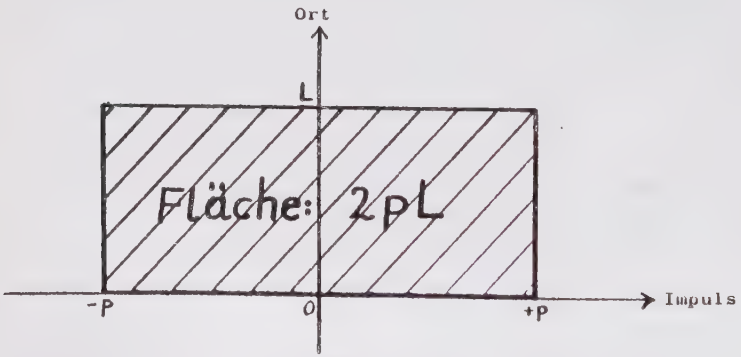


Abb. 33: Orts-Impuls-Diagramm eines Teilchens im eindimensionalen Potentialkasten mit der Energie $E = \frac{p^2}{2m}$

Die "Fläche" des betrachteten Gebietes im Orts-Impuls-Diagramm beträgt demnach $2p \cdot L$ und für die Anzahl n der verschiedenen Zustände gilt:

$$n = \frac{2p \cdot L}{h}$$

$$\Longrightarrow \quad p = \frac{h \cdot n}{2 \cdot L} \qquad (13)$$

$$\Longrightarrow \quad E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2 \cdot n^2}{8m\,L^2} \qquad (14)$$

Ist der betrachtete Bereich im Orts-Impuls-Diagramm so klein, daß nur ein Zustand "hineinpaßt", dann beträgt die Energie in diesem Zustand nach (14): $E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$

Wird der Bereich so vergrößert, daß 2 Zustände darin untergebracht werden können, dann ergibt sich aus (14) für den Zustand 2 mit der größeren Energie:

$$E_2 = \frac{h^2 \cdot 2^2}{8m\,L^2} = \frac{h^2}{2m\,L^2}$$

Durch gedanklichen, schrittweisen Aufbau des Orts-Impuls-Diagramms erhält man als Ergebnis, daß für das Teilchen im Kasten bestimmte, diskrete Energieniveaus E_n existieren:

$$E_n = \frac{h^2 \cdot n^2}{8mL^2} \qquad (n = 1,2,3,\ldots) \quad *) \qquad (15)$$

Der eindimensionale Potentialkasten ist in der Natur in recht guter Näherung realisiert, so daß die Energiewerte der Beziehung (15) im Experiment nachgeprüft werden können; Beispiele sind Farbzentren in Kristallen /83/ und einige organische Farbstoffmoleküle wie z.B. Polymethinfarbstoffe /84/.

Die Gleichung (13) kann folgendermaßen umgeformt werden:

$$L = n \cdot \frac{1}{2} \frac{h}{p}$$

Daraus ergibt sich wegen der de-Broglie-Beziehung $p = \frac{h}{\lambda}$ die bereits aus der klassischen Physik bekannte Bedingung für stehende Wellen:

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Hier können die (klassischen) stehenden Wellen z.B. auf einer Saite mit den stehenden de-Broglie-Wellen in einem Potentialkasten verglichen werden, so daß durch wechselseitige Erhellung die klassischen Wellen wie auch die quantenphysikalischen

---

*) Interessanterweise ist der kleinste mögliche Energiewert E_1 größer als Null; wir werden darauf im Kap.B.IV. "Lokalisationsenergie" zurückkommen.

de-Broglie-Wellen in ihren jeweiligen Eigenheiten deutlicher hervortreten (s.S. 22 und S. 191 f).

b) Harmonischer Oszillator

Wir beschränken uns zunächst auf Energiewerte bis zu einem maximalen Wert $E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{p^2}{2m} + \frac{D}{2} x^2$

Wenn wir die "Federkonstante" D durch die Resonanzfrequenz $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ ersetzen, erhalten wir:

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{p^2}{2mE} + \frac{x^2}{\frac{2E}{m\omega^2}} = 1$$

Das ist die Gleichung einer Ellipse im x - p - Diagramm mit den beiden Halbachsen $a = \sqrt{2mE}$ und $b = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}$ (s.Abb.34).

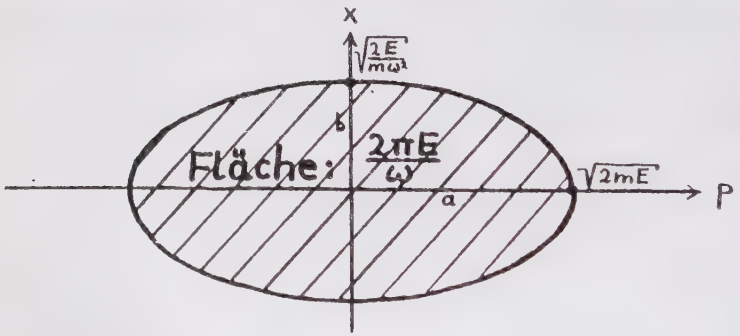


Abb. 34: Orts-Impuls-Diagramm eines harmonischen Oszillators mit der Energie E

Die "Fläche" dieser Ellipse beträgt

$$\pi ab = \pi \cdot \sqrt{2mE} \cdot \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} = \frac{2\pi E}{\omega}.$$

Für die Anzahl n der verschiedenen Zustände in diesem Bereich des Orts-Impuls-Diagramms erhalten wir:

$$n = \frac{2\pi E}{\omega \cdot h} \quad \Longrightarrow \quad E = \hbar\omega \cdot n$$

Die gleichen Überlegungen wie beim Teilchen im Potentialkasten ergeben wieder, daß auch für den harmonischen Oszillator diskrete Energieniveaus E_n existieren:

$$\boxed{E_n = \hbar\omega \cdot n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)} \quad *) \qquad (16)$$

Die Schwingungen eines zweiatomigen Moleküls lassen sich mit dem Modell des harmonischen Oszillators in guter Näherung beschreiben. Die Frequenz ω ist hier von der Größenordnung 10^{14} Hz und der Abstand $\hbar\omega$ benachbarter Energieniveaus ist demzufolge von der Größenordnung $\frac{1}{10}$ eV; die Beziehung (16) kann also anhand von Molekülspektren experimentell überprüft werden /85/.

Bei makroskopischen Oszillatoren liegt die Resonanzfrequenz ω um viele Größenordnungen unterhalb von 10^{14} Hz, so daß hier der Abstand $\hbar\omega$ benachbarter Energieniveaus wegen der "Winzigkeit" der Planckschen Konstante unmeßbar klein ist. Makroskopische Oszillatoren haben also ein scheinbares kontinuierliches Energiespektrum.

c) Wasserstoffatom

Die Energie der gebundenen Zustände eines Elektrons im Coulombfeld eines Atomkerns ist immer negativ, denn um das Elektron aus dem Anziehungsbereich des Kerns zu befreien, ist Energie notwendig. Wir können deshalb schreiben:

$$-E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (17)$$

wobei r den Abstand des Elektrons vom Atomkern (hier ein Proton mit der Ladung + e) und E den Betrag der Gesamtenergie des Elektrons bezeichnet.

Aus (17) folgt:

$$r = \frac{\frac{me^2}{2\pi\varepsilon_0}}{p^2 + 2mE} \qquad (s.Abb.35)$$

*) Die exakte Berechnung der Energieniveaus des harmonischen Oszillators nach der Quantenmechanik liefert das nur unwesentlich abweichende Ergebnis $E_n = \hbar\omega \cdot (n + 1/2)$ $(n = 0, 1, 2, 3 \ldots)$

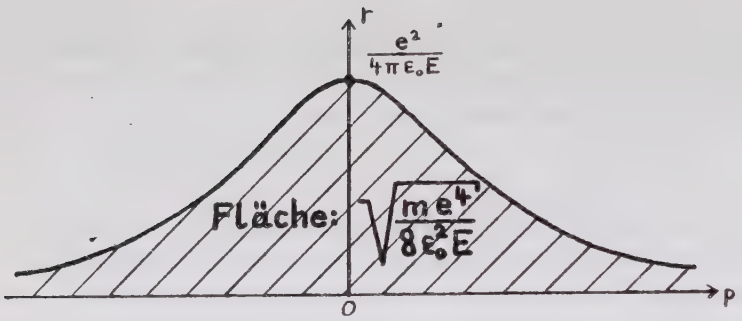


Abb. 35: Orts-Impuls-Diagramm eines Wasserstoffatoms mit der Energie E

Die "Fläche" des zugehörigen (schraffierten) Bereiches im Orts-Impuls-Diagramm läßt sich leicht berechnen:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} r \, dp = \sqrt{\frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 E}} \qquad *)$$

Damit erhalten wir für die Anzahl n der verschiedenen Zustände in diesem Bereich:

$$n = \frac{1}{h}\sqrt{\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 E}} \quad \Longrightarrow \quad E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Ohne die irreführende Vorstellung heranziehen zu müssen, daß die Elektronen den Atomkern - ähnlich wie die Planeten die Sonne - auf bestimmten Bahnen umkreisen, erhalten wir als Ergebnis:
Das Wasserstoffatom besitzt die diskreten Energieniveaus

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

Diese Energiewerte lassen sich anhand des Wasserstoffspektrums experimentell überprüfen. (Als Nachweis für die Existenz diskreter atomarer Energieniveaus dient auch der Franck-Hertz-Versuch.)

*) Man verwende: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b}{p^2 + a^2} dp = \left[\frac{b}{a} \arctan \frac{p}{a}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi b}{a}$

Nach dem Virialsatz der klassischen Physik *) besitzt ein in einem Coulombpotential gebundenes Korpuskel eine kinetische Energie, die halb so groß wie der Betrag der potentiellen Energie ist. Zu den Energieniveaus E_n lassen sich damit die zugehörigen Abstände r_n und Impulse p_n bestimmen:

$$E_n = \underbrace{\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}}_{\text{kinetische Energie } \frac{p_n^2}{2m}} - \underbrace{\frac{me^4}{4\varepsilon_0^2 h^2 n^2}}_{\text{potentielle Energie } \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}}$$

$$\Longrightarrow \quad p_n = \frac{me^2}{2\varepsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n} \qquad\qquad r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \cdot n^2$$

Diese Impulse und Abstände dürfen aber natürlich nicht so interpretiert werden, daß sich das Elektron im Zustand der Energie E_n mit dem Impuls p_n auf einer bestimmten Kreisbahn mit dem Radius r_n um den Kern bewegt. Ort und Impuls des Elektrons sind ja gemäß der Unbestimmtheitsrelation nicht genau festgelegt. Die Abstände r_n geben lediglich eine mittlere Entfernung des Elektrons vom Kern an und charakterisieren somit den Aufenthaltsbereich, der dem Elektron im Zustand der Energie E_n zur Verfügung steht. Entsprechend stellen die Impulse p_n einen Mittelwert für den Betrag des Elektronenimpulses dar.

Hier läßt sich zeigen, daß der Vergleich des Atoms mit einem Planetensystem zu unauflösbaren Widersprüchen führt: "Die Analogie ist deutlich: Wie Kern und Elektron klein sind gegen die Ausdehnung des Atoms, so sind Sonne und Planeten klein gegen die Ausdehnung des Planetensystems; der Raum

---

*) vgl. z.B. /86/
Für den Spezialfall einer Kreisbewegung im Coulombpotential läßt sich der Virialsatz sehr einfach beweisen. Die für eine Kreisbewegung erforderliche Zentripetalkraft wird durch die Coulombkraft erbracht: $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Durch Multiplikation mit $\frac{1}{2}r$ erhalten wir daraus das Ergebnis:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad .$$

In Worten: Die kinetische Energie ist gleich dem halben Betrag der potentiellen Energie.

wird nicht dauernd erfüllt, sondern nur in ständiger Bewegung immer wieder durchmessen. Das Newtonsche Kraftgesetz, das die Planeten um die Sonne kreisen läßt, lautet sogar mathematisch ebenso wie das Coulombsche Kraftgesetz, das die Elektronen an den Kern bindet. Trotzdem kann die Analogie gerade die grundlegende Behauptung der chemischen Atomlehre nicht erklären, daß nämlich alle Atome desselben Elements gleich sind: gleich groß, gleich in ihrer Reaktion auf umgebende Atome; die Spektralanalyse fügt auf Grund der Existenz scharfer Spektrallinien hinzu: nur zu inneren Schwingungen exakt gleicher Frequenz anregbar. Nun kennen wir zwar nur ein Planetensystem und können daher nicht aus Erfahrung sagen, ob sie alle gleich sind; aber sicher ist, daß in der klassischen Mechanik kein Gesetz existiert, das verbietet, daß sie verschieden wären. Käme zum Beispiel ein anderer Stern der Sonne vorübergehend sehr nahe, so würden durch seine Gravitationswirkung alle Planeten aus ihrer Bahn abgelenkt, und nach dem Vorübergang bliebe ein völlig verändertes System von Bahnen zurück. Die Atome nun stehen dauernd unter solchen Einflüssen von Nachbarn. Darüber hinaus tragen sie in sich selbst eine Ursache ständiger Veränderung: Die bewegten Ladungen der kreisenden Elektronen müßten nach der klassischen Elektrodynamik unausgesetzt Licht ausstrahlen. Durch den damit verbundenen Energieverlust müßten die Elektronenbahnen ständig schrumpfen und die Elektronen schließlich in den Kern fallen. In Wirklichkeit zeigt die Erfahrung, daß alle Atome einen Normalzustand haben, in dem sie überhaupt nicht strahlen und stets einen und denselben Durchmesser behalten. Führt man dem Atom einen bestimmten, endlichen Energiebetrag zu, so geht es in einen nächsthöheren Zustand über, aus dem es unter Lichtausstrahlung, bei der das ganze zugeführte Energiequantum auf einmal wieder abgegeben wird, in den Grundzustand zurückkehren kann. Kleinere Energiebeträge kann das Atom im Grundzustand überhaupt nicht aufnehmen." /87/ Fassen wir zusammen:

- die Gleichheit der Atome
- die Stabilität der Atome
- die Existenz eines Grundzustandes
- die fehlende elektromagnetische Ausstrahlung im Grundzustand
- die Spektren der Atome
- die chemische Bindung

das alles kann nicht im Rahmen der klassischen Physik verstanden werden, sondern findet erst durch die Quantenphysik eine befriedigende Erklärung.

Im Grundzustand mit der Energie E_1 ist bei allen 3 betrachteten Systemen - Potentialkasten, Oszillator und Wasserstoffatom - die "Fläche" des zugehörigen Bereiches im Orts-Impuls-Diagramm gleich der Planckschen Konstante h. Ein Rechteck der "Fläche" h, das die minimalen Unbestimmtheiten der Orts-Impuls-Angaben symbolisiert (s. Abb. 31), ist also genau so groß wie der gesamte interessierende Bereich im Orts-Impuls-Diagramm. Damit ist es im Grundzustand völlig unmöglich, von der Bahn des jeweiligen Teilchens zu sprechen. Erst wenn jener Bereich sehr groß gegen die Plancksche Konstante h ist, wenn also - bildhaft gesprochen - ein Rechteck der "Fläche" h im Orts-Impuls-Diagramm wie ein kleines Schiff auf dem Ozean wirkt, dann kann unter bestimmten Bedingungen mit einiger Berechtigung von der Bahn des Teilchens gesprochen werden (s. Kap. B.V.).

Ergänzende Literaturstellen:

Feynman: Kap. 1, Kap. 3 /47/
Bader: S. 48 ff /48/
Kuhn: S. 78 - 81 /49/
Brachner; Fichtner: S. 11-16, S. 24-28, S. 60-64, S. 89-96 /50/

B.IV. Lokalisationsenergie

B.IV.1. Grundzustand und Nullpunktsenergie

Im letzten Kapitel haben wir gesehen, daß der niedrigste mögliche Wert für die (kinetische) Energie des Teilchens im Potentialkasten nicht Null sondern $\frac{h^2}{8\,m\,L^2}$ beträgt. Eigentlich sollte doch das Teilchen im Kasten ruhen können, wobei dann Geschwindigkeit, Impuls und Energie den Wert Null annehmen würden.

Aber wir haben diese Überlegung ohne die Unbestimmtheitsrelation angestellt; das Teilchen befindet sich mit Sicherheit irgendwo im "Kasten" der Länge L; die Ortsunbestimmtheit kann demnach höchstens L betragen (s. Abb. 36).

Abb. 36

Nach der Unbestimmtheitsrelation erhalten wir damit eine Impulsunbestimmtheit:

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x} \gtrsim \frac{h}{L} \qquad (1)$$

Wenn das Teilchen tatsächlich irgendwo im Kasten ruhen würde, dann wäre sein Impuls exakt Null, und damit würde auch die Impulsunbestimmtheit verschwinden. Nach Beziehung (1) beträgt aber die Impulsunbestimmtheit mindestens $\frac{h}{L}$. Daraus läßt sich der Schluß ziehen, daß das Teilchen im Grundzustand (dem Zustand der niedrigsten Energie) einen von Null verschiedenen Impuls besitzt.
Das Teilchen kann sich im Kasten sowohl nach links wie nach rechts bewegen; somit müssen wir ihm wegen Beziehung (1) im Grundzustand den Impuls $p = + \frac{h}{2L}$ oder $p = - \frac{h}{2L}$ zuerkennen.

Für die minimale Energie E_1 ergibt sich daraus:

$$E_1 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2} \qquad (2)$$

in Übereinstimmung mit unserem Ergebnis aus dem letzten Kapitel (vgl. S. 85). Die minimale Energie bezeichnet man häufig als "Nullpunktsenergie", denn am absoluten Temperaturnullpunkt wird von einem physikalischen System der Zustand mit der niedrigsten Energie eingenommen. Der Gleichung (2) läßt sich entnehmen, daß bei Verringerung der Kastenlänge L der niedrigste Energiewert ansteigt. Um den Aufenthaltsbereich eines Teilchens einzuengen, ist also offensichtlich Energie notwendig - und zwar um so mehr Energie, je schärfer das Teilchen lokalisiert werden soll. Dieser Energiebetrag wird als "Lokalisationsenergie" bezeichnet.

Damit lassen sich nun auch die feste Größe und die Stabilität der Atome besser verstehen: es ist ja zunächst unverständlich, warum sich ein Atomelektron nicht dauernd in beliebig kleinen Abständen vom Kern aufhalten kann; aber je geringer der mittlere Abstand r des Elektrons vom Kern ist, desto kleiner ist der Aufenthaltsbereich des Elektrons, und desto größer ist die erforderliche Lokalisationsenergie, die als kinetische Energie des Elektrons in Erscheinung tritt.

Die Lokalisationsenergie müssen wir wegen Gleichung (2) als proportional zu $\frac{1}{r^2}$ ansetzen, während die potentielle Energie proportional zu $-\frac{1}{r}$ ist. Obwohl die potentielle Energie des Elektrons mit abnehmendem Abstand zum Atomkern immer geringer wird, so muß doch die Gesamtenergie für kleine Kernabstände aufgrund der Lokalisationsenergie stark anwachsen. Die niedrigste Gesamtenergie erhalten wir daher für einen ganz bestimmten von Null verschiedenen Kernabstand r_1 (s. Abb. 37).

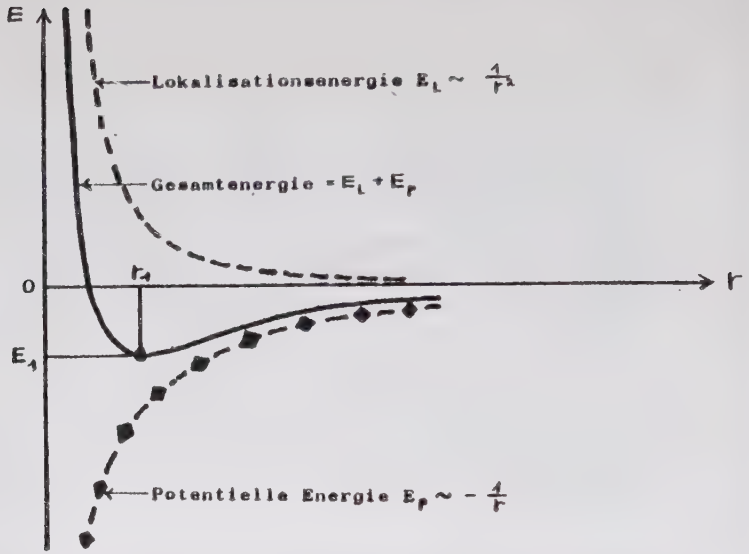


Abb. 37: Bei einem bestimmten mittleren Kernabstand r_1 nimmt die Gesamtenergie des Wasserstoffatoms[1] ihr Minimum an.

Dieser Abstand r_1 läßt sich für das Wasserstoffatom folgendermaßen abschätzen:

Die minimale kinetische Energie eines Atomelektrons, das sich im Mittel in einem Abstand r vom Atomkern aufhält, ist gemäß unserem Ergebnis für ein Teilchen im Potentialkasten (s.S. 93) von der Größenordnung

$$\frac{h^2}{8\,mL^2} = \frac{h^2}{8\,m(2r)^2} = \frac{h^2}{32\,mr^2}\,.$$

Die potentielle Energie beträgt $-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Somit erhalten wir als Gesamtenergie:

$$E = \frac{h^2}{32\,mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (3)$$

Den Kernabstand r_1, bei dem die Gesamtenergie E ihr Minimum hat, bekommt man durch differenzieren von (3) und gleich Null setzen:

$$0 = -\frac{h^2}{16mr_1^3} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$$

$$\Longrightarrow \quad r_1 = \frac{\pi\varepsilon_0 h^2}{4\,me^2} \approx 10^{-10}\ \text{m},$$

was mit unserem Ergebnis aus dem letzten Kapitel gut übereinstimmt (vgl. S. 89).

Beim harmonischen Oszillator liegen die Verhältnisse ähnlich. Die potentielle Energie wird mit abnehmender Auslenkung x immer kleiner und nimmt in der Ruhelage x = 0 den minimalen Wert Null an (s.Abb. 38). Wegen der Lokalisationsenergie kann jedoch der Aufenthaltsbereich des Teilchens nicht beliebig klein werden. Daraus resultiert (ähnlich wie beim Wasserstoffatom) eine bestimmte "Nullpunktsenergie" E_1 :

Der mittlere Abstand des Teilchens von der Ruhelage Null sei x. Die minimale kinetische Energie des Teilchens ist dann gemäß unserem Ergebnis für ein Teilchen im Potentialkasten von der Größenordnung

$$\frac{h^2}{8mL^2} = \frac{h^2}{8m(2x)^2} = \frac{h^2}{32mx^2} \quad .$$

Somit erhalten wir als Gesamtenergie:

$$E = \frac{h^2}{32mx^2} + \frac{D}{2}x^2$$

Das Minimum E_1 der Gesamtenergie bekommen wir mit Hilfe der Differentialrechnung:

$$E_1 = \frac{\pi}{2}\cdot\hbar\omega$$

in guter Übereinstimmung mit unserem Ergebnis aus dem letzten Kapitel (vgl. S. 87).

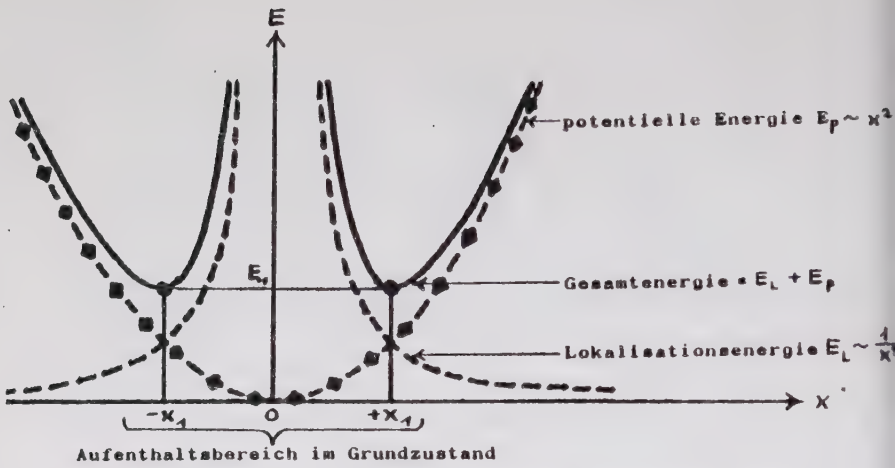


Abb. 38: Bei einer bestimmten mittleren Auslenkung x_1 nimmt die Gesamtenergie des harmonischen Oszillators ihr Minimum an.

B.IV.2. Gibt es Elektronen im Atomkern?

Noch 1931, ein Jahr vor der Entdeckung des Neutrons durch Chadwick*), wurde der Unterschied zwischen der Massenzahl N und der Ladungszahl Z der Atomkerne durch die Annahme erklärt, daß ein Atomkern aus N Protonen und N - Z Elektronen aufgebaut sei. So hatte der Kern zwar die N-fache Protonenmasse, aber wegen der N - Z negativ geladenen Elektronen (deren Masse gegenüber der Protonenmasse vernachlässig werden konnte) nur die Z - fache positive Elementarladung. Als Stütze dieser Vorstellung wurde das Phänomen der ionisierenden β-Strahlung angesehen, denn beim β-Zerfall verläßt ja ein Elektron den Atomkern.

Die Hypothese von den Elektronen im Atomkern warf allerdings eine beträchtliche Schwierigkeit auf: die Lokalisationsenergie der Elektronen war viel zu hoch! Der Durchmesser L eines Atomkerns beträgt ca. 10^{-14} m. Für ein Elektron, das sich im Innern

*) Vgl. dazu z.B. die unterhaltsame "Detektivgeschichte" über die Entdeckung des Neutrons in /88/.

eines Atomkerns aufhält, ergibt sich damit ein Lokalisationsimpuls

$$p \approx \frac{h}{2L} \approx \frac{6 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-14}} \quad \frac{kg\ m}{s} = 3 \cdot 10^{-20} \quad \frac{kg\ m}{s}.$$

Bei einer nichtrelativistischen Rechnung würden wir in diesem Fall mit der Elektronenruhemasse $m \approx 10^{-30}$ kg für die Elektronengeschwindigkeit v erhalten:

$$v = \frac{p}{m} \approx \frac{3 \cdot 10^{-20}}{10^{-30}} \quad \frac{m}{s} = 3 \cdot 10^{10} \quad \frac{m}{s} = \text{100-fache Lichtgeschwindigkeit!}$$

Wir müssen also hier die kinetische Energie E relativistisch berechnen:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2 \quad /89/ \qquad (4)$$

In unserem Fall ist

$$p \cdot c \approx 9 \cdot 10^{-12}\ J \gg mc^2 \approx 9 \cdot 10^{-14}\ J,$$

so daß wir Gleichung (4) vereinfachen können zu

$$E \approx p \cdot c \approx 9 \cdot 10^{-12}\ J \approx 50\ MeV.$$

Nun läßt sich aber in verschiedenen Versuchen zeigen, daß die Bestandteile der Atomkerne durch die Kernkräfte mit einer Bindungsenergie von weniger als 10 MeV im Kern gebunden sind. Ein Elektron mit der Energie 50 MeV könnte sich also gar nicht im Kern aufhalten - es würde ihn aufgrund seiner hohen kinetischen Energie sofort verlassen oder zerstören.

Einen Ausweg aus dieser Schwierigkeit brachte 1932 die Entdeckung des Neutrons. Die Masse des Neutrons ist ungefähr so groß wie die des Protons und somit ca. 2000 mal so groß wie die Elektronenmasse. Die Lokalisationsenergie des Neutrons im Atomkern erniedrigt sich dadurch von 50 MeV - der entsprechenden Lokalisationsenergie des Elektrons - auf weniger als 2 MeV. Die Bindungsenergie der Neutronen ist

mit ca. 8 MeV also größer als ihre Lokalisationsenergie, so daß sich Neutronen beliebig lange im Kern aufhalten können. Da ein Neutron elektrisch neutral ist und ungefähr die gleiche Masse wie ein Proton besitzt, läßt sich der Unterschied in der Massenzahl N und der Ladungszahl Z der Atomkerne jetzt dadurch begründen, daß ein Atomkern aus Z Protonen und N - Z Neutronen besteht.

Der β-Zerfall kann, wie wir eben gesehen haben, nicht so erklärt werden, daß sich bereits von Anfang an Elektronen im Kern befinden, von denen eines zum Zeitpunkt des Zerfalls den Kern verläßt; das emittierte Elektron entsteht vielmehr erst bei der Emission*), und zwar dadurch, daß ein Neutron des Kerns zerfällt: in ein Proton, ein Neutrino und ein Elektron. /90-92/

Heisenberg hatte bereits 1931, ein Jahr vor der Entdeckung des Neutrons, erkannt, daß als Ursache für den β-Zerfall wohl nur ein Umwandlungsprozeß im Kern in Frage kommt. Während einer Diskussion über dieses Problem (die in einem Leipziger Cafe gegenüber einem Hallenbad stattfand) sagte er zu Kollegen, die wegen des β-Zerfalls die Vorstellung vom Elektron im Atomkern noch nicht aufgeben wollten: "Ihr habt nicht genug Phantasie. Seht dort das Schwimmbad, da gehen alle Leute angezogen hinein und kommen angezogen heraus. Könnt ihr daraus schließen, daß sie auch drinnen angezogen schwimmen?" /93/

---

*) Ähnlich verhält es sich mit den von angeregten Atomhüllen emittierten Photonen; diese entstehen auch erst bei der Emission, wenn die Elektronen der Atomhülle in einen tieferen Zustand übergehen.

B.IV.3. Delokalisationsenergie und chemische Bindung

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels hatten wir gefunden, daß zum Einengen des Aufenthaltsbereiches eines Teilchens "Lokalisationsenergie" erforderlich ist. Diese Energie wird umgekehrt beim Vergrößern des Aufenthaltsbereiches - bei der "Delokalisation" - wieder frei. Wenn sich der Aufenthaltsbereich eines zu einem System gehörigen Teilchens durch irgendwelche Umstände vergrößert, dann verringert sich dabei die Energie des Systems um einen bestimmten Betrag; dieser Energiebetrag wird als "Delokalisationsenergie" bezeichnet. Die Delokalisationsenergie ist von großer Bedeutung für die chemische Bindung.

a) Wasserstoffmolekül

Betrachten wir zunächst als einfachstes Beispiel das H_2-Molekül. Im Wasserstoffatom hat der Aufenthaltsbereich des Atomelektrons einen Radius von ca. $0{,}5 \cdot 10^{-10}$m. Im Wasserstoffmolekül beträgt der Abstand der beiden Kerne ca. $0{,}75 \cdot 10^{-10}$m; somit ist der Aufenthaltsbereich der beiden Elektronen des Wasserstoffmoleküls gegenüber dem Aufenthaltsbereich im isolierten Wasserstoffatom größer geworden (s. Abb. 39). Die kinetische Energie der Atomelektronen hat sich also nach dem Zusammenschluß der beiden Atome zu einem Molekül um den Betrag der Delokalisationsenergie verringert.

Betrachten wir nun die potentielle Energie: In der Abb.39 sind die anziehenden Wechselwirkungen zwischen den Kernen und Elektronen mit durchgezogenen Linien und die abstoßenden Wechselwirkungen mit gestrichelten Linien dargestellt. In den zwei isolierten Wasserstoffatomen haben wir insgesamt zwei anziehende und im Wasserstoffmolekül 4 anziehende und 2 abstoßende Wechselwirkungen. Die Abb. 39 zeigt eine Anordnung der Molekülbestandteile, bei der sich

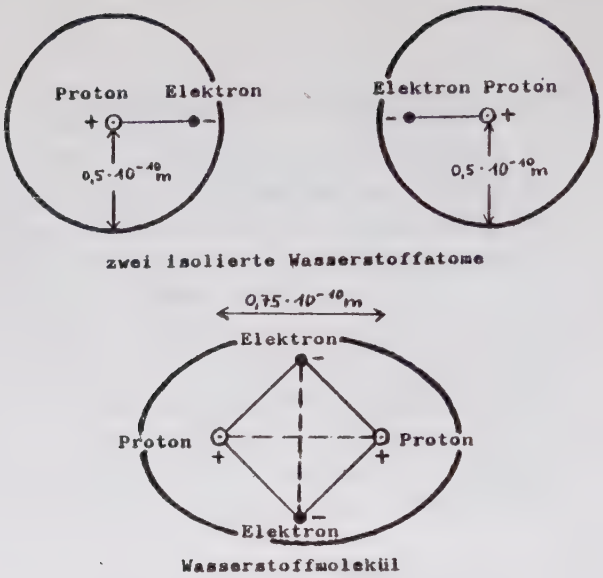


Abb. 39: Wenn sich zwei isolierte Wasserstoffatome zu einem Wasserstoffmolekül verbinden, dann nimmt die Gesamtenergie ab.

die Elektronen im Bereich zwischen den beiden Kernen befinden. Hier sind die anziehenden Wechselwirkungen ungefähr genau so stark wie die in den isolierten Atomen, während die abstoßenden wegen der größeren Abstände schwächer als die anziehenden sind. Die potentielle Energie des Moleküls ist also geringer als die Summe der potentiellen Energien der beiden isolierten Wasserstoffatome.

Fassen wir zusammen: Wenn sich zwei isolierte Wasserstoffatome zu einem Molekül vereinigen, dann verringert sich die Gesamtenergie erstens um die Delokalisationsenergie und zweitens um einen Beitrag der potentiellen Energie. Diese Abnahme der Gesamtenergie (um ca. 4,5 eV) ist der Grund dafür, daß sich "alleinstehende" Wasserstoffatome so "bereitwillig" zu H_2-Molekülen verbinden, denn physikalische Systeme sind im allgemeinen bestrebt, einen Zustand möglichst geringer Energie einzunehmen.

b) H_2O, NH_3, CH_4, C_2H_6, C_2H_4

Das Verschmelzen der Aufenthaltsbereiche (auch Orbitale genannt) von einzelnen Elektronen verschiedener Atome zu einem gemeinsamen, größeren Aufenthaltsbereich (oder Orbital) führt in vielen Fällen zu einer Verringerung der Gesamtenergie und d.h. zu einer Bindung der zuvor isolierten Einzelatome aneinander.

Schalen	K	L			
Orbitale	1s	2s	$2p_x$	$2p_y$	$2p_z$
Li	↑↓	↑			
Be	↑↓	↑↓			
B	↑↓	↑↓	↑		
C	↑↓	↑↓	↑	↑	
N	↑↓	↑↓	↑	↑	↑
O	↑↓	↑↓	↑↓	↑	↑
F	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑
Ne	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓
C – bei der Bindung	↑↓	↑	↑	↑	↑

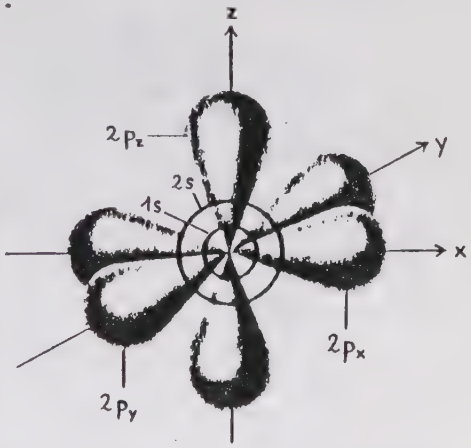


Abb. 40: Modell der s - und p - Orbitale in der K- und L-Schale eines Atoms. Die Kreise stellen die s-Orbitale dar; in ihrem Mittelpunkt befindet sich der hier nicht angedeutete Atomkern. Wegen der Übersichtlichkeit sind die Grenzen der Orbitale scharf gezeichnet; in Wirklichkeit nimmt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen allmählich ab.
Die Tabelle zeigt die Schalen und Orbitale der Elemente der 2. Periode und die Verteilung der Elektronen. Die verschiedenen Pfeilrichtungen sollen andeuten, daß die beiden Elektronen eines Orbitals einen entgegengesetzten Spin besitzen. Nur Elektronen mit verschiedenem Spin (und d.h.höchstens zwei von ihnen)können sich in demselben Orbital aufhalten. Die Räume des 1 s- und des 2 s - Orbitals sind bei allen Elementen kugelförmig. Die drei 2 p-Orbitale sind gestreckt und in der Mitte, am Atomkern, eingeschnürt.

Ausgehend von einer Veranschaulichung der verschiedenen Orbitale in der L-Schale von Atomen (s. Abb. 40) können die Bindungsverhältnisse im H_2O-Molekül und im NH_3-Molekül erläutert werden:

Die zwei erst einfach besetzten p-Orbitale des Sauerstoffatoms verschmelzen mit den s-Orbitalen von zwei Wasserstoffatomen, und die drei einfach besetzten p-Orbitale des Stickstoffatoms verschmelzen mit den s-Orbitalen von drei Wasserstoffatomen (s. Abb. 41).

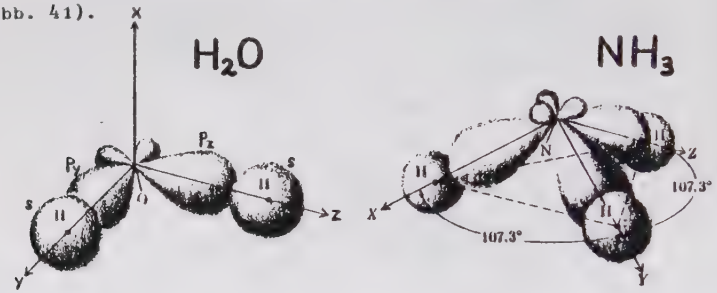


Abb. 41: Orbitalmodelle des Wassermoleküls H_2O und des Ammoniakmoleküls NH_3.
Man beachte, daß in Abb. 41 die Verteilung der p-Elektronen nicht exakt genauso wie in Abb. 40 dargestellt ist. Der Grund hierfür ist, daß die Anwesenheit der H-Atome die Bewegung der p-Elektronen etwas ändert. Ferner ist wegen der Abstoßung zwischen den beiden H-Atomen der Winkel zwischen den Bindungen etwas größer als 90^o. An den Bindungen nicht beteiligte Orbitale sind weggelassen.

Mit Hilfe der Vorstellung, daß das s-Orbital und die drei p-Orbitale der L-Schale des Kohlenstoffatoms zu vier gleichartigen, keulenförmigen sp^3-Orbitalen "hybridisiert" (gemischt) werden (s. Abb. 42), läßt sich die chemische Bindung im CH_4-Molekül und im C_2H_6-Molekül verstehen.

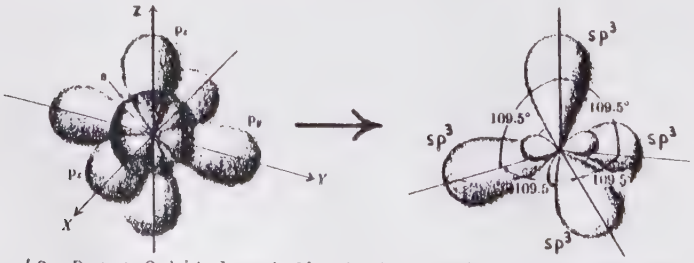


Abb. 42: Das s-Orbital und die drei p-Orbitale der L-Schale werden zu vier gleichartigen, keulenförmigen sp^3-Orbitalen hybridisiert, die sich nach den Ecken eines regelmäßigen Tetraeders ausrichten.

Beim CH_4-Molekül verschmelzen die vier einfach besetzten sp^3-Orbitale des Kohlenstoffatoms mit den s-Orbitalen von vier Wasserstoffatomen. Beim C_2H_6-Molekül verschmelzen bei jedem der zwei Kohlenstoffatome drei der vier einfach besetzten sp^3-Orbitale mit den s-Orbitalen von drei Wasserstoffatomen, während die beiden übrigen sp^3-Orbitale der Kohlenstoffatome untereinander verschmelzen (s. Abb. 43).

Abb. 43: Orbitalmodelle des Methanmoleküls CH_4 und des Äthanmoleküls C_2H_6

Es ist auch möglich, daß das s-Orbital und nur zwei p-Orbitale des Kohlenstoffatoms zu drei gleichartigen sp^2-Orbitalen hybridisiert werden, während das dritte p-Orbital (z.B. p_z) unverändert bleibt (s. Abb. 44).

Abb. 44: Die Orbitale s, p_x und p_y werden zu drei gleichartigen sp^2-Orbitalen hybridisiert, während das Orbital p_z unverändert bleibt.

Damit lassen sich die Bindungsverhältnisse z.B. im C_2H_4-Molekül erklären: Bei jedem der beiden Kohlenstoffatome verschmelzen zwei der drei einfach besetzten sp^2-Orbitale mit den s-Orbitalen von zwei Wasserstoffatomen; die beiden übrigen sp^2-Orbitale der Kohlenstoffatome verschmelzen miteinander zu einer sog. σ-Bindung (s.Abb. 45a), und die beiden noch einfach besetzten, nicht-hybridisierten p-Orbitale verschmelzen zu einer sog. π-Bindung (s.Abb. 45 b).

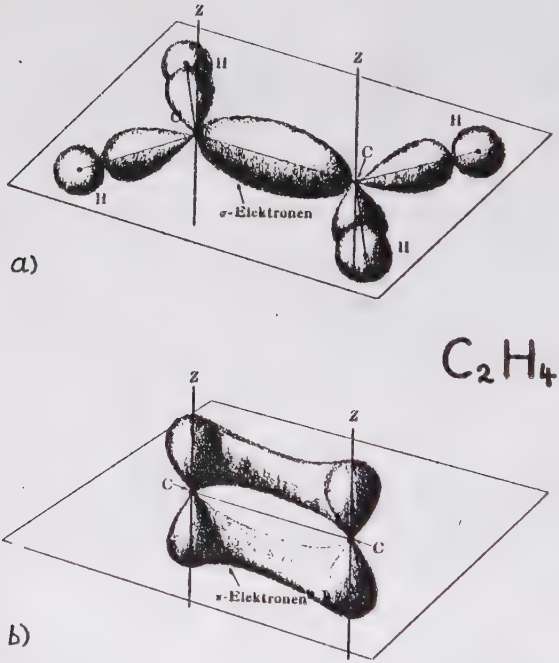
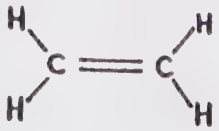


Abb. 45: Orbitalmodell des Äthenmoleküls C_2H_4

Im Gegensatz zum Orbitalmodell des Äthenmoleküls bringt die häufig verwendete Strukturformel



nicht zum Ausdruck, daß die beiden Bindungen zwischen den zwei Kohlenstoffatomen von unterschiedlicher Art sind.

c) Butadienmolekül C_4H_6

Für das Butadienmolekül C_4H_6, das uns hier als ein weiteres Beispiel dienen soll, wird häufig die folgende Strukturformel angegeben:

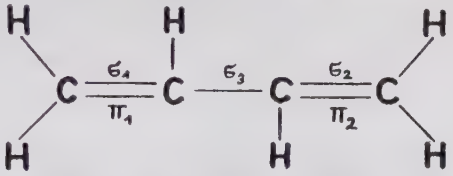


Abb. 46: Eine Strukturformel des Butadienmoleküls C_4H_6

Nach dieser Formel sind die mittleren C-Atome durch eine Einfachbindung (σ_3) miteinander verbunden und durch Doppelbindungen ($\sigma_1\pi_1$ und $\sigma_2\pi_2$ mit je 2 Elektronenpaaren) an die äußeren C-Atome gekoppelt. In Wirklichkeit sind die Aufenthaltsbereiche der Elektronenpaare von π_1 und π_2 jedoch nicht auf die Gebiete um die äußeren C-Atome beschränkt, sondern die 4 Elektronen der Bindungen π_1 und π_2 haben einen Aufenthaltsbereich, der sich über die ganze Kette der 4 C-Atome erstreckt (s. Abb.47 u. 48). Dadurch verringert sich die Gesamtenergie des Butadienmoleküls um die Delokalisationsenergie, und die Bindung der Molekülbestandteile untereinander wird entsprechend fester. (Denn soll das Molekül in zwei oder mehr Teile zerlegt werden, dann ist dazu auch der bei der Bindung freigewordene Betrag der Delokalisationsenergie erforderlich; die Elektronen müssen ja wieder auf die Molekülteile lokalisiert werden.)

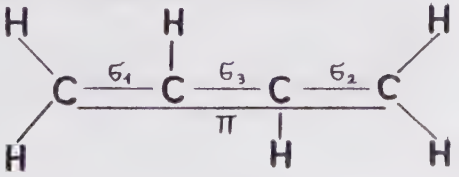


Abb. 47: Butadienmolekül C_4H_6
Die 4 Elektronen der Bindungen π_1 und π_2 (s.Abb.46) haben in Wirklichkeit einen Aufenthaltsbereich, der sich über das ganze Molekül erstreckt. (s.Abb. 48b).

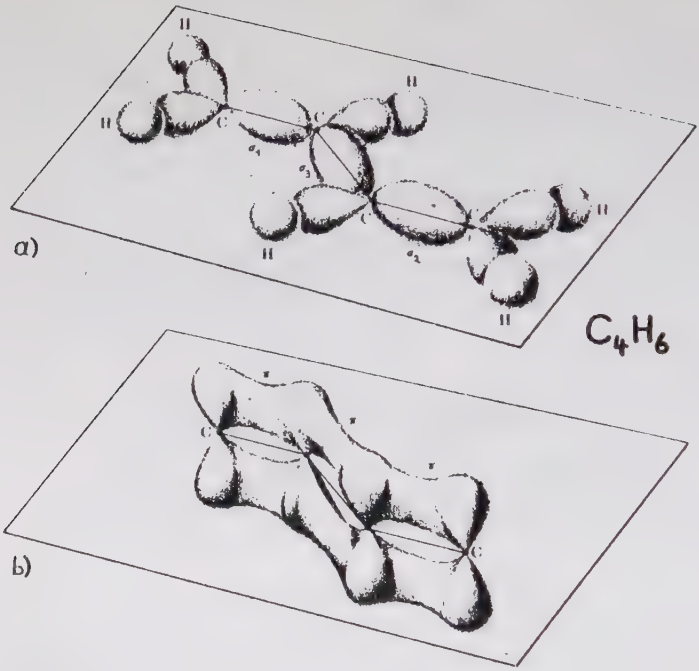


Abb. 48: Orbitalmodell des Butadienmoleküls C_4H_6

d) Benzolmolekül C_6H_6

Ähnliche Verhältnisse finden wir beim Benzolmolekül C_6H_6, für das im Jahre 1865 von August Kekulé eine Strukturformel angegeben wurde (s. Abb. 49).

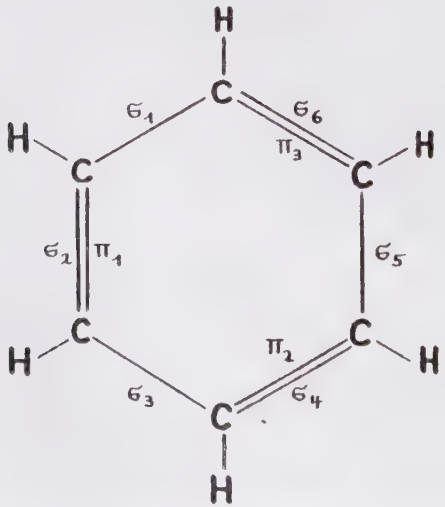


Abb. 49: Kekulésche Strukturformel des Benzolmoleküls C_6H_6

Nach dieser Formel ist jedes C-Atom mit seinen Ringnachbarn abwechselnd durch eine einfache und eine doppelte Bindung verknüpft. In Wirklichkeit sind jedoch die 6 Elektronen der 3 Bindungen π_1, π_2 und π_3 einem viel größeren Aufenthaltsbereich zugeordnet, der sich ringförmig über das ganze Benzolmolekül erstreckt (s. Abb. 50). Deshalb wird heute anstelle der Kekuléschen Strukturformel meistens eines der beiden in Abb. 51 dargestellten Symbole für das Benzolmolekül verwendet.

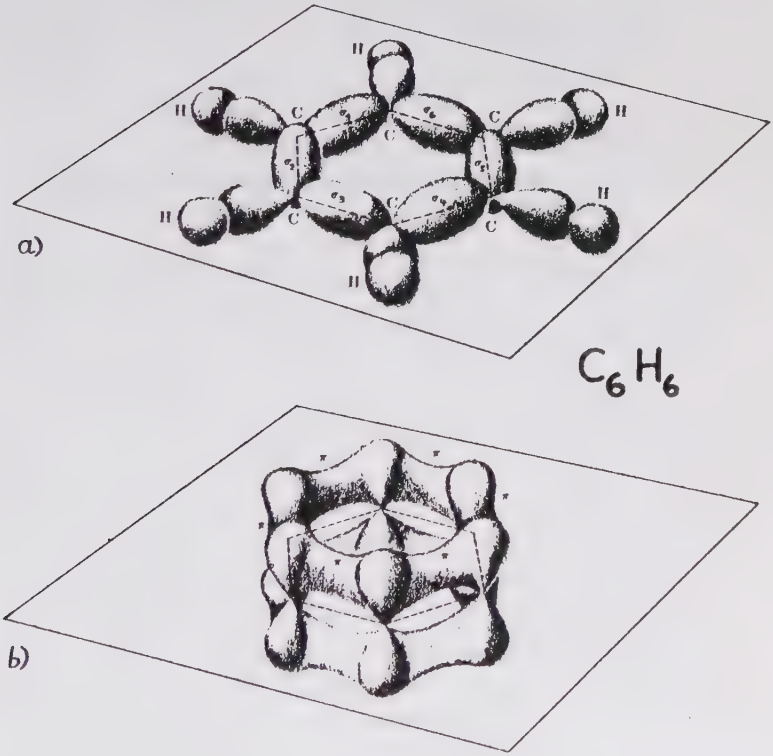


Abb. 50: Orbitalmodell des Benzolmoleküls C_6H_6
Die 6 Elektronen der Bindungen π_1, π_2 und π_3 (s.Abb.49) haben in Wirklichkeit einen Aufenthaltsbereich, der sich ringförmig über das ganze Molekül erstreckt (s. Abb. b)).

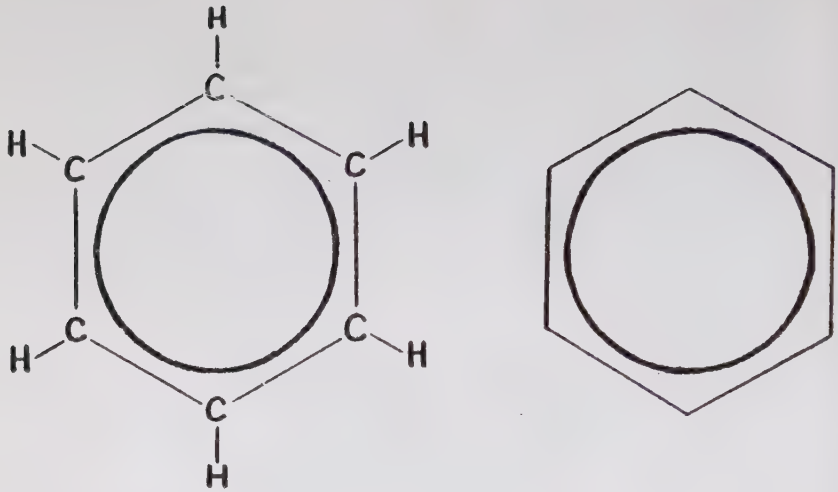


Abb. 51: Heute gebräuchliche Strukturformeln für das Benzolmolekül C_6H_6

Die Delokalisation der 6 Elektronen führt zu einer erheblichen Verringerung der Gesamtenergie und damit zu einer größeren Stabilität des Moleküls, denn man muß mehr Energie zur Zerstörung des Molekülverbandes aufwenden.*)

e) Metallische Bindung

Als letztes Beispiel sei hier die metallische Bindung angeführt. In einem Stück Metall hat jedes Metallatom mindestens ein Elektron an das gemeinsame "Elektronengas" abgegeben. Ein solches Elektron war vor dem Zusammenschluß der Atome zu einem Metallverband in einem einzelnen Atom lokalisiert; nach dem Zusammenschluß ist der Aufenthaltsbereich des Elektrons auf makroskopische Dimensionen angewachsen, und damit ist seine Lokalisationsenergie praktisch auf Null abgesunken. Diese Verringerung der Gesamtenergie des Metallverbandes um die Delokalisationsenergie der Leitungselektronen trägt wesentlich zur Stabilität der metallischen Bindung bei.

Ergänzende Literaturstellen:

Bader: S. 59 f, S. 77 ff, S. 92 f, S. 116 ff /48/

Kuhn: S. 90, S. 104 f /49/

Brachner, Fichtner: S. 100 /50/

---

*) Die Bindungsverhältnisse bei den verschiedenen Molekülen sind in den Abschnitten a) bis d) recht kurz und vereinfacht dargestellt worden. Ausführlichere Erläuterungen findet man z.B. in /94-96/. (Die Abbildungen 41-45, 48 und 50 [illegible])

B.V. Grenzfall klassische Mechanik

B.V.1. Klassischer Bahnbegriff

Am Ende des Kapitels B.III. hatten wir gefunden, daß es im Grundzustand der Systeme "Teilchen im Potentialkasten", "Harmonischer Oszillator" und "Wasserstoffatom" nicht möglich ist, den klassischen Bahnbegriff auf das jeweilige Teilchen anzuwenden, denn Rechtecke der "Fläche" h (die im Kapitel B.III. die minimalen Unbestimmtheiten der Orts-Impuls-Angaben symbolisierten) sind genau so groß wie die zum Grundzustand gehörigen Bereiche des Orts-Impuls-Diagramms. Im Grundzustand sind innerhalb dieser Bereiche Ort und Impuls des jeweiligen Teilchens völlig unbestimmt. Die Energie des Grundzustandes - die "Nullpunktsenergie" - ergibt sich allein aus den Orts- und Impulsunbestimmtheiten (s. B.IV.1.).

Möchte man an einem Elektron im Innern eines Atoms eine sehr genaue Ortsmessung vornehmen, so ist dazu eine derartig große Lokalisationsenergie erforderlich, daß das Elektron - mit dieser Lokalisationsenergie in Form von kinetischer Energie versehen - das Atom sofort verlassen würde. Als Meßgerät für eine sehr präzise Ortsmessung könnte man sich z.B. ein Mikroskop vorstellen, das mit kurzwelligen (und d.h. energiereichen!) Röntgenstrahlen arbeitet /97/. Nach Abschnitt B.II.2. müßte die Wellenlänge λ der Röntgenphotonen wesentlich kleiner als der Atomdurchmesser sein:

$$\lambda << 10^{-10}\ \text{m} \Longrightarrow E = h\nu = \frac{h\,c}{\lambda} >> 10.000\ \text{eV} \quad (!)$$

Das Elektron würde durch ein solches energiereiches Röntgenphoton bei der Messung einfach aus dem Atom "herausgeboxt" werden /98/. Eine Bahn des Elektrons im Atom läßt sich also experimentell überhaupt nicht verfolgen.
Der Bahnbegriff der klassischen Mechanik hat sich zwar für die Beschreibung des Bewegungsverhaltens makroskopischer Objekte als sehr zweckmäßig erwiesen, aber er ist für die Beschreibung der Zustände und Zustandsänderungen mikroskopischer Objekte

in vielen Fällen völlig ungeeignet. Nun besteht aber zwischen Quantenphysik und klassischer Physik kein unüberbrückbarer Gegensatz; die Bewegungsgleichungen der Quantenphysik (die ja auch für makroskopische Objekte gelten!) müssen vielmehr im Grenzfall der Anwendung auf makroskopische Objekte in die entsprechenden Gleichungen der klassischen Mechanik übergehen. Es stellt sich somit die Frage, in welchen Fällen die anschaulichen Begriffe und Gesetze der klassischen Mechanik auch schon auf Objekte von mikroskopischen Dimensionen in guter Näherung angewendet werden dürfen und wann nicht.*) Weshalb z.B. kann man die Rutherford-Streuung, also die Bewegung hochenergetischer α-Teilchen im Coulombfeld eines Atomkerns, klassisch beschreiben, während dies für die Atomelektronen im selben Feld nicht möglich ist?

Der grundlegende klassische Begriff der Bahn eines Korpuskels basiert auf der Voraussetzung, daß zu jedem beliebigen Zeitpunkt der Ort und zugleich der Impuls eines Korpuskels einen bestimmten Wert haben. Die Bewegungsgleichungen der klassischen Mechanik erlauben es, aus der Kenntnis des Ortes und des Impulses zum Zeitpunkt $t = 0$ für jeden anderen Zeitpunkt t den Ort und den Impuls des Korpuskels zu berechnen; damit läßt sich die Bewegung des Korpuskels längs einer bestimmten Bahn auf anschauliche Weise genau beschreiben.

Vom quantenphysikalischen Standpunkt aus ist das Programm der klassischen Mechanik natürlich von vornherein zum Scheitern verurteilt, denn wegen der Unbestimmtheitsrelation können Ort und Impuls eines Mikroteilchens nicht gleichzeitig genau bestimmt werden. Wie läßt sich dann aber das Phänomen der "Bahn" eines Mikroteilchens in der Nebelkammer mit den Ergebnissen der Quantentheorie in Einklang bringen?**)

---

*) Bzgl. der Anschaulichkeit klassischer Begriffe vgl. den folgenden Abschnitt B.V.3.

**) Dieses Problem ist für die historische Entwicklung der Quantenphysik und insbesondere für die Entdeckung der Unbestimmtheitsrelationen von beträchtlicher Bedeutung gewesen (s.S. 5 f).

Für Nebelkammeraufnahmen von geladenen Partikeln „ist charakteristisch, daß als Indikator für die Anwesenheit der Partikel die durch das Teilchen verursachte Ionisierung eines Atoms benutzt wird. Offenbar ist die untere Grenze für die Genauigkeit einer solchen Ortsmessung durch die Größe Δq des zu ionisierenden Atoms gegeben. Bei der Ionisierung verändert sich der Impuls des stoßenden Teilchens. Da der Impuls des dem Atom entrissenen Elektrons meßbar ist, so gleicht die Unsicherheit jener Impulsänderung des stoßenden Teilchens dem Impulsbereich Δp des Elektrons, solange es noch im Atom gebunden war. Dieser Impulsbereich steht wieder zur Größe des Atoms in der bekannten Beziehung

$$\Delta p \cdot \Delta q \geq h." \qquad /99/$$

Die Unbestimmtheiten des dem Atom entrissenen Elektrons "übertragen" sich also auf das stoßende Teilchen, so daß -genau wie für das Atomelektron- auch für das ionisierende Teilchen die Unbestimmtheitsrelation ihre Geltung hat (s.Abb.52). Der strenge, klassische Bahnbegriff ist daher nicht auf die Bewegung eines Mikroteilchens in der Nebelkammer anwendbar.

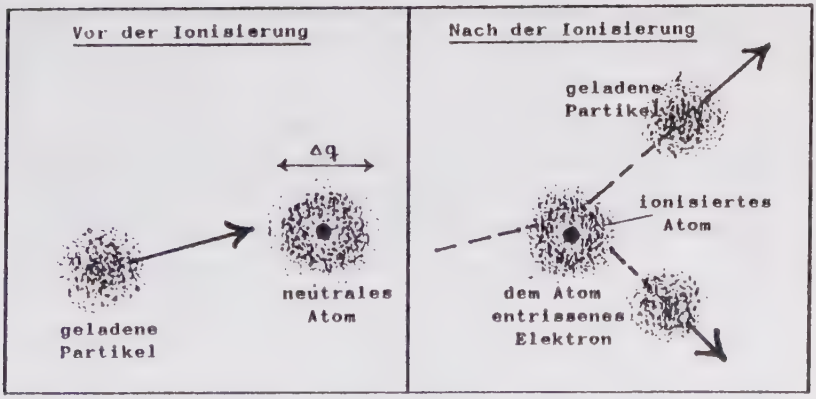


Abb. 52: Eine geladene Partikel ionisiert ein Atom. Das dem Atom entrissene Elektron hat vor der Ionisierung eine Ortsunbestimmtheit Δq und eine Impulsunbestimmtheit Δp. Diese Unbestimmtheiten übertragen sich auf die stoßende Partikel.

Wir beobachten in der Nebelkammer auch gar keine kontinuierliche Bahn im klassischen Sinne, sondern lediglich eine Spur von einzelnen Wassertröpfchen. Die Anzahl, Größe und Lage der Tröpfchen läßt Aussagen über den Impuls und den Ort des ionisierenden Teilchens zu. Die Spur der Wassertröpfchen entspricht also in Wirklichkeit einer schnellen, diskreten Folge von Orts- und Impulsmessungen, die alle der Unbestimmtheitsrelation unterworfen sind; für das Auge entsteht jedoch - analog zu der schnellen, diskreten Einzelbildfolge bei einer Filmvorführung - der Eindruck einer kontinuierlichen "Bahn".*)

B.V.2. Wann ist eine klassische Beschreibung möglich?

Die Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation verhindert eine Übertragung des klassischen Bahnbegriffes in die Quantentheorie. Die klassische Mechanik kann deshalb nur dann das Bewegungsverhalten von Mikroteilchen in guter Näherung beschreiben, wenn die Orts- und Impulsunbestimmtheiten vernachlässigt werden dürfen. Bei der Impulsunbestimmtheit ist das offensichtlich gerade dann der Fall, wenn der mittlere Teilchenimpuls p sehr groß gegenüber der Impulsunbestimmtheit Δp ist:

$$\Delta p \ll p \qquad \text{Bedingung (1)}$$

Die Ortsunbestimmtheit Δx darf vernachlässigt werden, wenn die räumliche Ausdehnung des Kraft- bzw. Potentialfeldes, in dem sich das Teilchen bewegt, sehr groß gegenüber der Ortsunbestimmtheit ist. Liegt ein radialsymmetrisches Feld vor, so können wir seinen Wirkungsbereich (innerhalb dessen ein Teilchen wesentlich beeinflußt wird), als kugelförmig ansehen und die räumliche Ausdehnung des Feldes durch den Radius a der Kugel charakterisieren (s. Abb. 53).

*) Bei einer genauen Betrachtung der Tröpfchenspur kommt dieser Eindruck einer kontinuierlichen "Bahn" allerdings nur schwerlich auf, denn die Wassertröpfchen sind im allgemeinen längs der Spur nicht gleichmäßig verteilt; hinzu kommt, daß ein bei der Ionisierung aus einem Atom herausgeschlagenes Elektron seinerseits wieder andere Atome ionisieren kann, so daß die Hauptspur häufig von zahlreichen Nebenspuren begleitet ist.

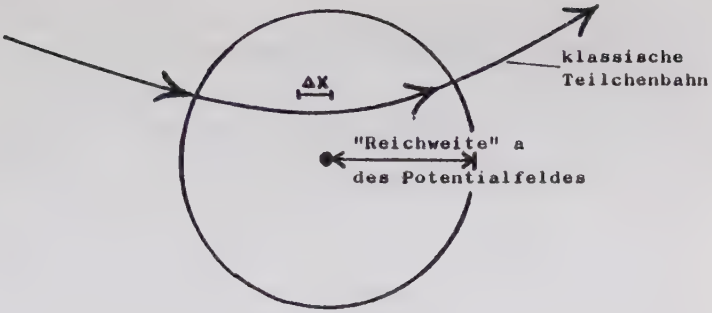


Abb. 53: Die "Reichweite" a eines radialsyymetrischen Feldes gibt den Bereich an, in dem ein Teilchen durch das Feld wesentlich beeinflußt wird.

Wenn die Ortsunbestimmtheit Δx des Teilchens sehr klein gegenüber der "Reichweite" a des Potentialfeldes ist (s.Abb.53), dann darf die Ortsunbestimmtheit vernachlässig werden, denn das zugehörige Kraftfeld kann sich unter dieser Bedingung auf einer Strecke der Länge Δx nur unwesentlich ändern; somit ist die auf das Teilchen wirkende Kraft - entsprechend den Verhältnissen in der klassischen Mechanik - durch den Mittelwert des Teilchenortes recht genau gegeben (und hängt von der Ortsunbestimmtheit praktisch gar nicht ab). Als zweite Bedingung für die Möglichkeit einer befriedigenden klassischen Beschreibung ergibt sich damit:

$$\Delta x << a \qquad \text{Bedingung (2)}$$

Aufgrund der Bedingung (1) kann ein dem Teilchen zugeordnetes Wellenpaket nur so langsam "auseinanderfließen" (s. B.I.3.), daß die Bedingung (2) über einen längeren Zeitraum hin erfüllt bleibt. Denn durchquert ein Teilchen mit dem Impuls $p = m \cdot v$ ein Potentialfeld der Reichweite a, so gilt für seine Aufenthaltsdauer t im Feld (s. Abb. 53):

$$t \approx \frac{2\,a}{v} = \frac{2\,m\,a}{p} \qquad (3)$$

Die Verbreiterung des Wellenpaketes während der Zeit t ist nach den Ergebnissen des Abschnitts B.I.3. gegeben durch

$$\Delta v \cdot t = \frac{\Delta p \cdot t}{m} \,. \qquad (4)$$

Setzen wir (3) in (4) ein, so erhalten wir für die Verbreiterung:

$$\Delta v \cdot t \approx \frac{\Delta p}{m} \cdot \frac{2 m a}{p} = \frac{\Delta p}{p} \cdot 2a$$

Wegen Bedingung (1) bedeutet das aber:

$$\Delta v \cdot t << a$$

Die Verbreiterung des Wellenpaketes ist also klein gegenüber der Potentialreichweite, so daß Bedingung (2) nach einem - oder auch mehrfachem - Durchqueren des Potentialfeldes immer noch erfüllt ist.

Fassen wir zusammen: Damit die Bewegung eines Teilchens mit den Begriffen und Gesetzen der klassischen Mechanik in guter Näherung beschrieben werden kann, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

$$\Delta p << p \quad (1)$$

$$\Delta x << a \quad (2)$$

Um ein sehr einfaches Kriterium für die Möglichkeit einer genäherten klassischen Beschreibung zu erhalten, formen wir Bedingung (1) mittels

der de-Broglie-Beziehung $p = \frac{h}{\lambda}$ (5)

und der Unbestimmtheitsrelation $\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x}$ (6)

um. Nach Einsetzen von (5) und (6) in die Bedingung (1) erhalten wir:

$$\frac{h}{\Delta x} << \frac{h}{\lambda} \iff \lambda << \Delta x \quad (7)$$

Nachdem wir die Bedingung (1) in die Form (7) gebracht haben, können wir Bedingung (2) mit (7) zu einer Ungleichungskette zusammenfassen:

$$\lambda << \Delta x << a$$

$$\Longrightarrow \boxed{\lambda << a} \quad \text{Kriterium} \quad (8)$$

Um entscheiden zu können, ob die Bewegung eines Teilchens in einem Potentialfeld (zumindest für einen gewissen Zeitraum) klassisch in guter Näherung beschrieben werden kann, muß man gemäß Kriterium (8) nur prüfen, ob die de-Broglie-Wellenlänge λ des Teilchens wesentlich kleiner als die Potentialreichweite a ist.*)

Eine kleine de-Broglie-Wellenlänge ist gleichbedeutend mit einer hohen kinetischen Energie. Grob gesprochen besagt also Kriterium (8), daß für eine klassische Beschreibung die kinetische Energie des Teilchens und die Reichweite des Potentialfeldes genügend groß sein müssen.**)

---

*) Einen analogen Sachverhalt kennen wir bereits von der Optik her: Sind die Hindernisse, die dem Licht in den Weg gestellt werden, und die Abstände zwischen den Hindernissen groß gegenüber der Wellenlänge des Lichtes, dann können wir Beugungs- und Interferenzeffekte vernachlässigen und die Ausbreitung des Lichtes in guter Näherung mit dem Begriff des Lichtstrahles beschreiben, der als optisches Analogon zum Bahnbegriff der klassischen Mechanik angesehen werden kann.

**) Wählt man als Ausgangspunkt einer wesentlich aufwendigeren Betrachtung über den Zusammenhang von Quantenmechanik und klassischer Mechanik die Ehrenfestschen Gleichungen oder die Hamilton-Jacobi-Theorie, so gelangt man zu genau dem gleichen Ergebnis:
Bei großen kinetischen Energien der Teilchen und mit Potentialfeldern, die sich hinreichend stetig im Raum ändern, gehen die quantenmechanischen Bewegungsgleichungen in die Newtonschen Bewegungsgleichungen über. Genauer ausgedrückt: Wenn die Impulsunbestimmtheit Δp klein gegenüber dem mittleren Impuls $p = h/\lambda$ ist, und wenn die Änderung der potentiellen Energie auf der Strecke einer mittleren Wellenlänge λ gegenüber der kinetischen Energie vernachlässigt werden darf, dann unterscheiden sich bei nicht zu großer Ortsunbestimmtheit Δx die quantenmechanischen Bewegungsgleichungen nur wenig von den klassischen Gleichungen.
Vgl. dazu z. B. /100/ und /101/.

Das Kriterium (8) läßt sich leicht in eine andere Form bringen:

$$1 \ll \frac{a}{\lambda}$$

$$\Longrightarrow \quad h \ll \frac{h}{\lambda} \cdot a$$

$$\Longrightarrow \quad h \ll p \cdot a \qquad (9)$$

Bewegt sich ein Teilchen mit dem Impuls p in einem Potentialfeld der Reichweite a, so ist der zugehörige Bereich im Orts-Impuls-Diagramm von der Größenordnung p · a. Die Beziehung (9) besagt demnach, daß die Plancksche Konstante klein gegenüber dem Orts-Impuls-Bereich des Teilchens sein muß. Also steht Kriterium (8) mit der am Schluß von Kapitel B.III. gefundenen Bedingung im Einklang, wonach ein Rechteck der "Fläche" h auf dem vom Teilchen in Anspruch genommenen Bereich im Orts-Impuls-Diagramm "wie ein Schiff auf dem Ozean" wirken soll, damit die Orts- und Impulsunbestimmtheiten nicht mehr ins Gewicht fallen und wir in guter Näherung von der Bahn des Teilchens sprechen können.

Wir wollen nun für einige Beispiele überprüfen, ob das Kriterium (8) erfüllt ist und somit die Bewegung des jeweiligen Teilchens mit klassischen Methoden beschrieben werden darf:

a) Makroskopische Objekte

Für ein Sandkorn mit der Masse $m = 10^{-8}$ kg und der Geschwindigkeit $v = 1 \frac{mm}{s}$ erhalten wir die de-Broglie-Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \approx \frac{6 \cdot 10^{-34}}{10^{-8} \cdot 10^{-3}} \text{ m} \approx 10^{-22} \text{ m} \quad (!)$$

Die de-Broglie-Wellenlänge eines so leichten und langsamen, makroskopischen Objektes ist immer noch millionenfach kleiner als der Durchmesser eines Atomkerns! Makroskopische Objekte haben derartig "winzige" de-Broglie-Wellenlängen, daß für alle real möglichen Potentialfelder immer das Kriterium $\lambda \ll a$ erfüllt ist. Zur Beschreibung des Bewegungsverhaltens makroskopischer Objekte können deshalb grundsätzlich die Begriffe und Gesetze der klassischen Mechanik herangezogen werden.

b) α- Teilchen

Für α- Teilchen mit der Energie E = 1 MeV erhalten wir die de-Broglie-Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \approx 10^{-14}\,m.$$

Die Rutherford-Streuung kann daher in guter Näherung klassisch beschrieben werden, denn das Coulombpotential des Atomkerns hat eine Reichweite a von der Größenordnung 10^{-10}m.

Nicht erfüllt ist das Kriterium $\lambda << a$ dagegen für α-Teilchen der Energie 1 MeV im Potential der Kernkräfte, dessen Reichweite weniger als 10^{-14}m beträgt (vgl. C.II.5.), so daß die Streuung von α-Teilchen unter dem Einfluß der Kernkräfte nicht mit klassischen Methoden beschrieben werden kann.

c) Elektronen

Für Elektronen mit der kinetischen Energie 100 eV beträgt die de-Broglie-Wellenlänge ca 10^{-10}m. Atomelektronen haben kinetische Energien im Bereich zwischen 1eV und 10.000 eV, so daß deren Wellenlängen im Bereich zwischen 10^{-9}m und 10^{-11}m liegen. Das Coulombpotential des Atomkerns hat aber nur eine Reichweite von der Größenordnung 10^{-10}m. Das Kriterium (8) ist also nicht erfüllt, und wir erhalten damit erneut das Ergebnis, daß die Bewegung der Atomelektronen um den Kern nicht auf klassischem Wege analysiert werden kann.

B.V.3. Konsequenzen für den Unterricht

Die Untersuchungen dieses und auch der vorangehenden Kapitel haben ergeben, daß das Bewegungsverhalten von Mikroteilchen im allgemeinen nicht durch Begriffe der klassischen Physik befriedigend beschrieben werden kann. Die Begriffe Ort und Impuls erfahren in der Quantenphysik eine Umdeutung: Ihre Anwendbarkeit auf die Gegenstände der Natur wird durch die Unbestimmtheitsrelation eingeschränkt. Heisenberg drückte das so aus, daß Begriffe wie Ort und Impuls gar nicht genau

auf die Natur passen, daß wir aber auch nicht auf die klassischen Begriffe verzichten können - denn die Anordnung und die Ergebnisse unserer Experimente müssen wir in den Begriffen der klassischen Physik angeben (vgl. S. 41 ff).

Diese Eigenart der klassischen Begriffe hängt mit ihrer "Anschaulichkeit" zusammen: Viele Begriffe der klassischen Physik (z.B. Länge, Rauminhalt, Ort, Zeit, Geschwindigkeit, Masse, Kraft, Gewicht, Arbeit, Leistung) haben eine Entsprechung in sog. vorwissenschaftlichen, unserer direkten Erfahrungswelt entstammenden Begriffen, deren Bedeutung durch direkte Handlung und Wahrnehmung ("Anschauung") fest in uns verankert ist; die Bedeutung dieser "anschaulichen" Begriffe wird also im Wortsinne be-griffen und ver-standen./102/

Die Begriffe der klassischen Physik haben sich auf der Basis der o.g. vorwissenschaftlichen, anschaulichen Begriffe entwickelt, und in diesem Sinne kann man die Begriffe der klassischen Physik als anschaulich bezeichnen.*) So beschreiben wir auch das, was wir im Rahmen eines physikalischen Experimentes unmittelbar wahrnehmen, nämlich die Anordnung der Geräte und die mit dieser Anordnung hervorgebrachten Phänomene, in den anschaulichen Begriffen der klassischen Physik.

Es ist verständlich, daß man diese Anschaulichkeit in den mikroskopischen Bereich hinein zu retten versucht, indem man z.B. Elektronen als winzige geladene Kügelchen ansieht. Aber die Vorstellung vom Elektron als "geladenes Korpuskel" führt, wie wir bereits mehrfach gesehen haben, zu Widersprüchen.

Daraus ergibt sich folgendes Problem für den Physikunterricht: Einerseits muß der Physikunterricht auf den vorwissenschaftlichen, anschaulichen Begriffen unserer Erfahrungswelt aufbauen, andererseits sollen die Schüler aber nur solche Vor-

*) Zwar wird in der Physik häufig primär Anschauliches ("das, was man angeschaut hat") durch Unanschauliches erklärt (z.B. die Eigenschaften eines Körpers durch Atome); die klassische Physik aber gestattet grundsätzlich eine "Rückübersetzung" ihrer Begriffe in den Bereich der unmittelbaren Anschauung /103/.

stellungen (z.B. vom Elektron) entwickeln, die später nicht zu unauflösbaren Widersprüchen führen. Es stellt sich somit die Frage, wie man bereits in der Sekundarstufe I die Schüler darauf vorbereiten kann, daß sich das Verhalten z.B. von Elektronen oder Atomen mit unseren anschaulichen Begriffen nicht befriedigend beschreiben laßt.

Ein geeigneter Ansatzpunkt dafür wäre z.B. die weit verbreitete Auffassung, daß die Eigenschaften "groß" und "klein" lediglich eine Frage des Standpunktes seien: Ein Huhn z.B.ist groß gegenüber einem Regenwurm, aber klein gegenüber einem Elefanten. Es hat also offensichtlich gar keinen Sinn, zu behaupten, ein Huhn sei ein kleines Tier, wenn man nicht gleichzeitig ein Bezugsobjekt angibt. M.a.W.: Die Begriffe "groß" und "klein" haben nach dieser bei Erwachsenen (nicht bei Kindern!) verbreiteten Auffassung keine absolute, sondern nur eine relative Bedeutung.

So ist es auch verständlich, daß viele Menschen glauben, man dürfe z.B. kleine Brücken oder Fahrzeuge mit den gleichen Materialien maßstabgetreu vergrößert bauen, ohne daß dies ihre Stabilität und Funktionstüchtigkeit beeinträchtigt. Dazu ein sehr einfaches Beispiel: Eine Stahlkugel sei an einem Stahldraht aufgehängt, der sogar noch das Fünffache des Gewichtes der Kugel tragen könnte (s. Abb. 54).

Abb. 54: Eine Stahlkugel ist an einem Stahldraht aufgehängt, der noch das Fünffache des Gewichtes der Kugel tragen könnte. Darf diese Anordnung im Maßstab 1 : 10 vergrößert werden?

Häufig begegnet man nun der Auffassung, daß eine solche Anordnung im Maßstab 1 : 10 vergößert werden dürfe, ohne daß der Draht zerreißt - denn der Draht sei ja dann auch zehnmal so dick. Aber: Die Gravitationskräfte, die auf eine Konstruktion wirken, sind proportional zum Volumen, also zu l^3 (wobei l die lineare Ausdehnung bezeichnet), während die Kräfte, die die Konstruktion am Zusammenbrechen hindern, proportional zu den Querschnittsflächen, also zu l^2 sind. Mit wachsender maßstabsgetreuer Vergrößerung wird das Verhältnis dieser beiden Kräfte immer ungünstiger, so daß in unserem Beispiel der Draht zerreißen würde. Denn bei einer Vergrößerung im Maßstab 1:10 vertausendfacht sich das Gewicht der Kugel, während die Querschnittsfläche des Drahtes (und damit seine Zerreißfestigkeit) nur um einen Faktor 100 größer geworden ist. Dieser Draht könnte also gerade noch das 500-fache Gewicht der kleinen Kugel tragen - aber nicht mehr das 1000-fache Gewicht!

Wie sehr das o.g. falsche "Maßstabsdenken" verbreitet und verankert ist, verdeutlicht auch die häufig zu beobachtende, ungläubige Verwunderung über das Sprungvermögen des Flohs (s. Tab. 5).

	Floh	Mensch
Größe	2 mm	2 m
Sprunghöhe	20 cm	2 m

Tab. 5: Größe und Sprungvermögen von Mensch und Floh

Ein Floh kann ca. hundertmal so hoch springen wie er selbst groß ist. Das wird meistens sofort mit dem menschlichen Sprungvermögen verglichen: Man versucht sich vorzustellen, daß ein Mensch 200 m hoch springen könnte, und muß dann zwangsläufig dem Floh Bewunderung entgegenbringen. Aber schauen wir uns die Sache doch einmal etwas näher an:

Ein Lebewesen, das senkrecht nach oben zu springen beabsichtigt, beschleunige sich selbst mit der Kraft F längs des Weges s. Dabei verrichtet das Lebewesen die Arbeit $F \cdot s$, die in die kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ verwandelt wird:

$$\frac{1}{2}\,mv^2 = F \cdot s \qquad (10)$$

Der Weg s, längs dessen sich ein Lebewesen beim Sprung beschleunigen kann, ist proportional zur linearen Ausdehnung l des Lebewesens:

$$s \sim l \qquad (11)$$

Seine Masse m ist proportionale zu l^3:

$$m \sim l^3 \qquad (12)$$

Mit (11) und (12) wird aus (10):

$$l^3 \cdot v^2 \sim F \cdot l$$

$$\Longrightarrow \quad v^2 \sim \frac{F}{l^2} \qquad (13)$$

Die Muskelkraft F, mit der sich ein Lebewesen beschleunigen kann, ist in erster Näherung proportional zu den Querschnittsflächen der Muskeln, also zu l^2:

$$F \sim l^2 \qquad (14)$$

Mit (14) erhalten wir aus (13) das überraschende Ergebnis, daß v^2 und somit auch die Sprunghöhe in erster Näherung unabhängig von der Größe des Lebewesens ist. Die ungläubige Verwunderung vieler Menschen über das Sprungvermögen des Flohs beruht also auf einem falschen "Maßstabsdenken".

Ähnlich wie das Sprungvermögen des Flohs wird auch häufig die Fähigkeit vieler Insekten, ohne Schwierigkeiten an der Zimmerdecke entlanglaufen zu können, verständnislos bestaunt. Dabei wird dann ganz vergessen, daß die Insekten aufgrund ihrer geringen Größe gar nicht mehr in dem Ausmaße wie die größeren Lebewesen von den Gravitationskräften in ihrem Aufbau und ihrem Verhalten geprägt werden. Für uns Menschen ist die

Gravitation ein sehr wesentlicher Umweltfaktor; beim Gehen z.B. bevorzugen wir unbewußt eine Schrittfrequenz, bei der unsere Beine wie physische Pendel schwingen können.
Ab einer Körpergröße von ca. 1 cm werden aber die Lebensverhältnisse nicht mehr entscheidend durch die Gravitation bestimmt. Hier wird z.B. die Oberflächenspannung des Wassers zu einer wesentlichen Umweltbedingung. Man denke etwa an den ca. 1 cm großen Wasserläufer, der auf der Wasseroberfläche eines Teiches umherlaufen kann.

Steigen wir von dem Größenbereich der Insekten noch eine Stufe weiter hinab in den Bereich der Einzeller, dann wird die Brownsche Molekularbewegung zu einem wesentlichen Umweltfaktor. Schon bei oberflächlicher Betrachung können wir also bei den Lebewesen bzgl. der Größe drei sehr verschiedene "Welten" unterscheiden (s. Tab. 6).

Größenordnung	10^{-6} m	10^{-3} m	1 m
Beispiel	Bakterien	Flöhe	Menschen
Umweltfaktor	Molekularbewegung	Oberflächenspannung	Gravitation

Tab. 6: Drei Lebensbereiche mit verschiedenen Umweltfaktoren

Die Größe eines Lebewesens ist somit keineswegs etwas Zufälliges oder gar Unwichtiges, sondern sie steht in engster Beziehung zu seinem Aufbau und seinen Fähigkeiten. Man stelle sich einige Lebewesen um nur ein bis zwei Zehnerpotenzen vergrößert oder verkleinert vor; diese Vergrößerungen bzw. Verkleinerungen wären im allgemeinen unter den gleichen Umweltbedingungen nicht mehr lebensfähig. Es gibt z. B. keine Warmblütler, die wesentlich kleiner als Mäuse sind, und es kann auch gar keine geben, denn eine Maus muß bereits (da sie eine im Verhältnis zu ihrem Volumen große Körperoberfläche besitzt) zur Aufrechterhaltung ihrer Körpertemperatur täglich ungefähr so viel, wie sie selbst wiegt, an Nahrung aufnehmen. Wesentlich kleinere Warmblütler

könnten wegen des dann noch ungünstigeren Verhältnisses von Oberfläche und Volumen die erforderliche Nahrung überhaupt nicht mehr erlangen geschweige denn verdauen. Umgekehrt wäre auch ein in riesige Dimensionen vergrößerter Einzeller nicht lebensfähig, weil dann z.B. im Innern der Zelle kein der Größe und Masse entsprechendes Transport- und Kommunikationssystem zur Verfügung stünde.

Die wenigen Beispiele aus der Biologie lassen bereits folgendes deutlich erkennen: Die Größe eines Objektes ist eine entscheidende Eigenschaft, die seine übrigen Eigenschaften wesentlich mitbestimmt. Die Begriffe "groß" und "klein" haben also neben ihrer relativen auch eine absolute Bedeutung.

Wenn wir nun die Physik in unsere Betrachtungen einbeziehen, so müssen wir zunächst feststellen, daß sich die Objekte der Physik in ihrer linearen Ausdehnung von 10^{-15} m (Atomkerne) bis hin zu 10^{26} m (Universum) erstrecken, während die Größe der Lebewesen größenordnungsmäßig nur zwischen 10^{-7} m (Viren) und 10 m (Wale) liegt. Das Leben besitzt also einen Größenbereich, der recht klein ist im Vergleich zu dem, der von der Physik erfaßt wird (s. Tab. 7). Aber der Größenbereich des Lebens ist bereits groß genug, um drei völlig verschiedene Umwelten einzuschließen, in der z.B. ein Mensch, ein Wasserläufer und ein Bazillus existieren /104/. Ein Wasserläufer oder ein Bazillus leben aufgrund ihrer Größe je für sich unter völlig anderen Umweltbedingungen und Wechselwirkungen mit der Umwelt als ein Mensch. Damit wird aber auch verständlich, daß sich in der Physik die "Welt" der Elementarteilchen oder die Entwicklung und Struktur des Universums nicht ohne weiteres mit unseren anschaulichen Begriffen erfassen und beschreiben lassen, denn diese Begriffe haben sich ja im Rahmen unserer Wechselwirkung mit unserer Umwelt (durch Handlung und Wahrnehmung) in uns entwickelt und verankert.

	Atomkerne		Universum
Physik:	10^{-15} m	⟵ ——— ⟶	10^{26} m
Biologie:	10^{-7} m	⟵ ——— ⟶	10 m
	Viren		Wale

Tab. 7: Vergleich der Größenbereiche, die von der Physik und der Biologie erfaßt werden

Wir dürfen also gar nicht erwarten, daß sich z.B. das Verhalten der Elementarteilchen und Atome mit unseren anschaulichen Begriffen vollständig beschreiben läßt. So wie ein Bazillus in einer von der des Menschen völlig verschiedenen Umwelt lebt, so ist auch die "Welt" der Elementarteilchen und Atome eine total andere als die unsrige, mit völlig anderen Wechselwirkungen.

In diesem Lichte gesehen ist es überhaupt nicht erstaunlich, daß die klassische Physik, die ja unsere anschaulichen Begriffe in präzisierter Form enthält, im Mikrobereich letztlich versagt. Erstaunenswert ist vielmehr die Tatsache, daß die klassische Physik das Bewegungsverhalten von so grundverschiedenen Objekten wie Planeten (10^{25} kg), Schiffen (10^{7}kg), Steinen (1 kg) und Sandkörnern (10^{-8} kg) in einheitlicher Weise befriedigend beschreibt, und unter bestimmten Bedingungen sogar noch auf die Bewegung von Molekülen (10^{-25} kg) und Elektronen (10^{-30} kg) anwendbar ist.

Nun wird in der Physikdidaktik immer wieder versucht, unsere anschaulichen Begriffe geradezu gewaltsam vor allem in die Größenordnungen der Atomphysik hinein zu retten. So werden z.B. Elektronen beharrlich als winzige geladene Kügelchen dargestellt, und die Wärmewirkung des elektrischen Stromes wird häufig in unzulässiger Weise so "erklärt", daß sich die Elektronen bei ihrer Bewegung durch einen Leiter an den Atomen des Leitermaterials "reiben" - und Reibung erzeuge ja schließlich Wärme. /105/

In ähnlicher Weise werden oft die im Rahmen der klassischen Physik eindeutig erklärten Begriffe der Länge, des Volumens, des Ortes, der Geschwindigkeit und der Bahn eines Objektes bedenkenlos und unmodifiziert in den Mikrobereich übertragen. Als Ergebnis dieser Methode erhält man dann z.B. einen falsch verstandenen Dualismus von klassischem Korpuskel- und Wellenbild oder eine Vulgärfassung des Bohrschen Atommodells, wonach winzige, negativ geladene Kügelchen in einem vergleichsweise riesigen, leeren Raum auf bestimmten Bahnen um eine ebenso winzige, aber vieltausendmal schwerere, positiv geladene Kugel kreisen - ein Modell, das bekanntermaßen kaum mehr als sich selbst korrekt veranschaulicht.

Durch eine bedenkenlose Übertragung klassischer Begriffe in den Mikrobereich läßt sich, wie wir in den bisherigen Kapiteln immer wieder gesehen haben, keine befriedigende Beschreibung der atomaren Phänomene erreichen, und das grundsätzlich Neue der Quantenphysik gegenüber der klassischen Physik würde so nicht erhellt, sondern vielmehr verschleiert werden.

Die eben kritisierte Vorgehensweise erinnert an einen Mechaniker, der sein bei der Reparatur von Kraftfahrzeugen bewährtes Werkzeug bedenkenlos z.B. auch für die Reparatur einer Uhr oder eines Kassettenrecorders einsetzen will. Von einem solchen Mechaniker würden wir mit Recht verlangen, daß er sich neues Werkzeug besorgt - aber können wir auch in der Physik etwas Vergleichbares tun? Anders gefragt: können wir, da ja die klassische Physik bei der Beschreibung atomarer Phänomene versagt, die klassischen Begriffe einfach durch neue ersetzen?

Erinnern wir uns nochmals an Heisenbergs Worte zu diesem Problem: „Jedes physikalische Experiment, gleichgültig ob es sich auf Erscheinungen des täglichen Lebens oder auf Atomphysik bezieht, muß in den Begriffen der klassischen Physik beschrieben werden. Diese Begriffe der klassischen Physik bilden die Sprache, in der wir die Anordnung unserer Versuche angeben und die Ergebnisse festlegen. Wir können sie nicht durch andere ersetzen.

Trotzdem ist die Anwendbarkeit dieser Begriffe begrenzt durch die Unbestimmtheitsrelationen. Wir müssen uns dieser begrenzten Anwendbarkeit der klassischen Begriffe bewußt bleiben, während wir sie anwenden, aber wir können und sollten nicht versuchen, sie zu verbessern." (s.S. 42)

Um in dem Bild des Mechanikers zu bleiben: Wir können ihm also für die Reparatur einer Uhr oder eines Kassettenrecorders kein völlig neues Werkzeug besorgen; er muß sein hergebrachtes, eigentlich für die Reparatur von Kraftfahrzeugen entwickeltes Werkzeug weiterbenutzen - aber unter größter Vorsicht und mit dem ständigen Bewußtsein, daß die Anwendbarkeit seiner Werkzeuge für die neue Aufgabe sehr begrenzt ist.

Für die Physikdidaktik bedeutet dies, daß bereits im Unterricht der Sekundarstufe I einige der hier angesprochenen biologischen Beispiele diskutiert werden sollten, und zwar nicht nur wegen des fächerübergreifenden Aspektes, sondern vor allem, um bei den Schülern die Erwartungshaltung aufzubauen, daß uns unsere anschaulichen Begriffe wahrscheinlich nicht beliebig weit tragen werden, daß vielmehr die unbekümmerte und bedenkenlose Übertragung unserer anschaulichen Begriffe z.B. in den Bereich der Atomphysik möglicherweise keine angemessene Beschreibung der Phänomene liefern wird.

Wir sollten also im Unterricht nicht einfach die Begriffe der klassischen Physik in neue Bereiche übertragen, sondern immer wieder vom Phänomen, vom Experiment ausgehen, und stets fragen, ob die klassischen Begriffe auch hier in der gewohnten Weise verwendet werden können. Bei einer Einführung in die Atomphysik z.B. sollte man daher den Schülern zunächst das Gefühl vermitteln, daß sie hier gewissermaßen einer anderen "Welt" gegenüber stehen, die von unserer Umwelt möglicherweise total verschieden ist. Erst durch die Diskussion zahlreicher Experimente lassen sich dann die Umrisse dieser neuen "Welt" der Atome allmählich erschließen, wobei wir aber die Begriffe der klassischen Physik nur zögernd, unter Vorbehalt, und ständig zur Revision bereit, verwenden dürfen.

Verfährt man in dieser Weise, dann wächst die "Welt" der Atome aus der anschaulichen Lebenswelt der Schüler hervor; die Schüler können ihre geistigen Strukturen akkommodieren, und daran die atomaren Phänomene assimilieren/102, 173/. "Atomphysik" ist dann kein rätselhafter Fremdkörper im (Um-)Weltverständnis der Schüler, sondern kann ihnen dabei helfen, daß sie sich in ihrer naturwissenschaftlich und technisch geprägten Lebenswelt besser zurechtfinden und diese (später) einsichtig und verantwortungsvoll mitgestalten.(s.S.9)

Weil nach aller Erfahrung Lehrerstudenten später so lehren, wie sie selbst gelernt haben, müssen auch sie in entsprechender Weise zunächst mit atomaren Phänomenen vertraut gemacht werden, und zwar weitgehend anhand solcher Experimente, die sie später gemeinsam mit ihren Schülern durchführen können (Vgl. S. 176 f).

Auch an der Hochschule sollten sich die Dozenten nicht scheuen, zunächst eine "unscharfe, gleichnishafte Bildersprache" (s.S. 11) zu gebrauchen, so daß sich in einem von den Studenten bewußt erlebten Prozeß wechselseitiger Erhellung von Phänomenen und ihrer bildhaften Verbalisierung die Konturen von Regelmäßigkeiten im atomaren Bereich immer schärfer herausbilden. Auf diese Weise können die angehenden Lehrer sowohl mit dem Prozeß physikalischer Erkenntnisgewinnung vertraut gemacht als auch für die Lernschwierigkeiten ihrer Schüler sensibilisiert werden (s.S. 12).

- Die Auseinandersetzung mit der geistigen Struktur der Schüler
- Das behutsame Helfen bei der geistigen Entwicklung
- Das individuelle Eingehen auf Schülerinteressen
- Die Bereitschaft, gemeinsam mit den Schülern dazuzulernen
- Die Bereitschaft eigenes Verhalten in Frage zu stellen
- Die Bereitschaft neben der Rolle als Meister auch die des Gesellen und Vertrauten zu übernehmen

all das kann dann zugleich mit dem fachwissenschaftlichen Gegenstand in den Blick genommen werden. (s.S. 9)

Ergänzende Literaturstellen:

Feynman: Kap. 7 S. 13-15 /47/
Bader: S. 38-41, S. 44-46, S. 55-58 /48/
Kuhn: S. 36-41 /49/
Brachner, Fichtner: S. 75-79 /50/

C. DIE ENERGIE - ZEIT - UNBESTIMMTHEITSRELATION

Einige fachdidaktische Bemerkungen vorweg:
In elementaren Darstellungen der Quantenphysik wird die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation häufig als einfacher "Abkömmling" der Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation anhand der Wellenpakete des freien Teilchens eingeführt /106-114/. Ein solches Verfahren hat jedoch zwei gravierende Nachteile: erstens verschenkt man damit viele der schönsten und interessantesten Anwendungsmöglichkeiten, und zweitens ist diese Methode vom Standpunkt des Formalismus aus gesehen nicht korrekt. Der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation kommt nämlich eine eigenständige Bedeutung zu, was bereits an der Tatsache abgelesen werden kann, daß die Zeit in der Quantenmechanik keine Observable, sondern ein Parameter ist.

Es muß somit geklärt werden, wie die bei der Fouriersynthese der Wellenpakete abgeleiteten Relationen $\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi$ und $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ physikalisch so gedeutet werden können, daß erstens das Anwendungsspektrum nicht eingeschränkt wird, und daß zweitens eine solche vereinfachende Deutung als korrekte Elementarisierung angesehen werden darf.

Diese Aufgabe wird dadurch erheblich erschwert, daß der Formalismus der Quantenphysik zwei verschiedene Zugänge zur Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation enthält, die sich erst bei einer näheren Betrachtung des Meßprozesses miteinander in Einklang bringen lassen. Eine ausführliche Darstellung dieser Überlegungen findet der Leser im Anhang. Als zweckmäßige vereinfachende Deutung der Relation $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ ergibt sich dabei folgendes:

> Wenn ein quantenphysikalisches System mit einem anderen für die Zeitspanne Δt in Wechselwirkung tritt, dann resultiert für jedes einzelne System aus dieser Wechselwirkung die Energieunbestimmtheit:
>
> $$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}$$

In einem Kurs für Lehrerstudenten kann diese Deutung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation z.B. im Rahmen einer Diskussion des Stern-Gerlach- Versuches eingeführt werden (s.S. 130). Anschließend läßt sich eine Verbindung zur Fouriersynthese der Wellenpakete herstellen - und zwar anhand des Problems, wie Teilchen experimentell (z.B. mittels kurzzeitig geöffneter Blenden) in durch bestimmte Wellenpakete charakterisierte Zustände gebracht werden können; die oben genannte Deutung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation läßt sich dabei bestätigen (s.S. 133).
Von diesem Orientierungsrahmen geleitet soll in den folgenden Kapiteln des Teils C mit möglichst einfachen Mitteln - analog zur Vorgehensweise im Teil B - die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation eingeführt, gedeutet und anschließend anhand zahlreicher Beispiele angewendet werden.

.I. Wechselwirkungsprozesse

Im Abschnitt B.I.1., bei der Fouriersynthese der Wellenpakete, hatten wir die Beziehung

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi$$

gefunden. Nach Multiplikation mit der Konstanten h wird daraus:

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h$$

Damit haben wir auf formalem Wege die "Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation" erhalten. Obwohl sich die Energieunbestimmtheit ΔE in der gleichen Weise deuten läßt wie die Orts- und Impulsunbestimmtheit im Teil B (s.S. 40f), kann diese Relation jedoch nicht einfach als Analogon zur Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation aufgefaßt werden, denn es ist noch nicht klar, was eigentlich unter der "Zeitunbestimmtheit" Δt zu verstehen ist.

Die Frage nach der Bedeutung der Zeitunbestimmtheit stellt tatsächlich ein echtes Problem dar; dies läßt sich schon daraus ersehen, daß man zwar von dem Ort, dem Impuls oder der Energie

eines Teilchens spricht, aber nicht von der "Zeit eines Teilchens".*) Wir betrachten die Zeit vielmehr als einen Parameter für die Zustandsänderung physikalischer Systeme schlechthin. Bevor wir die Relation

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h$$

sinnvoll deuten können, müssen wir daher klären, wie dem jeweils betrachteten physikalischen System "seine" Zeitunbestimmtheit Δt zugeordnet wird.

Um zu verdeutlichen, was unter der Orts- und der Impulsunbestimmtheit eines Teilchens zu verstehen ist, sind im Kapitel B.II. verschiedene Beispiele für Orts- und Impulsmessungen besprochen worden. Entsprechend soll uns auch hier ein experimentelles Beispiel helfen, die Bedeutung der Zeitunbestimmtheit Δt zu erschließen: Im Rahmen einer kurzen Diskussion des Stern-Gerlach-Versuches - bei dem ein Strahl von Teilchen mit einem (unbekannten) magnetischen Moment durch ein inhomogenes Magnetfeld geschickt wird - soll die Energieunbestimmtheit der durch das Magnetfeld fliegenden Teilchen abgeschätzt werden.

1.1. Stern-Gerlach-Versuch

Für die Energie E eines magnetischen Momentes $\vec{\mu}$ in einem Magnetfeld $\vec{B}$ gilt /115/:

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \qquad (1)$$

Teilchen mit einem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ erfahren in einem inhomogenen Magnetfeld, das parallel zur z - Achse (s.Abb. 55) gerichtet ist, die Kraft /116,117/:

$$F_z = -\frac{\partial E}{\partial z} = \mu_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \qquad (2)$$

*) Eine Ausnahme bildet die "Eigenzeit" eines Teilchens in der Relativitätstheorie. Da aber der Gegenstand unserer Betrachtungen die nichtrelativistische Quantenphysik ist, soll darauf hier nicht näher eingegangen werden.

Die in das inhomogene Magnetfeld eintretenden Teilchen werden also in z - Richtung um einen Winkel α von ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt (Abb. 55).

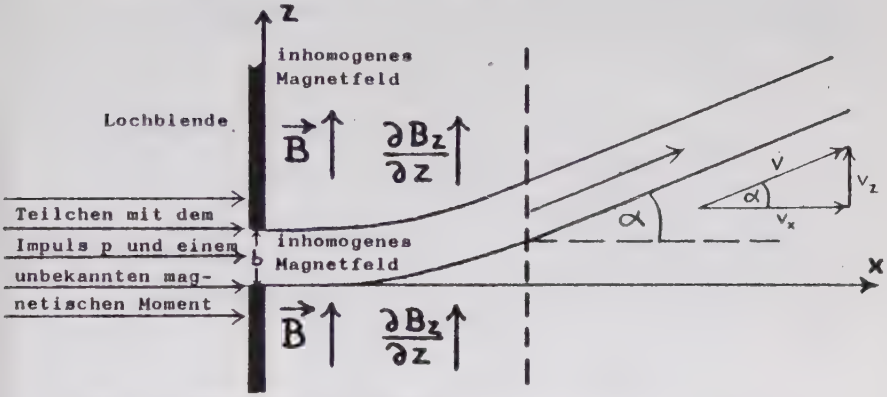


Abb. 55: Stern-Gerlach-Versuch
Beim Stern-Gerlach-Versuch werden Teilchen mit dem Impuls $p = mv_x$ und einem unbekannten magnetischen Moment in einen inhomogenen Magnetfeld um einen Winkel α von ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt.

Benötigt ein Teilchen die "Flugzeit" Δt, um das inhomogene Magnetfeld zu durchqueren, so ergibt sich für den Ablenkwinkel α mittels der Geschwindigkeiten v_x und v_z:

$$\alpha \approx \frac{v_z}{v_x} = \frac{|F_z| \cdot \Delta t}{m \cdot v_x} = \frac{\left|\frac{\partial E}{\partial z}\right| \cdot \Delta t}{p} \qquad (3)$$

Wenn man in (3) für $\left|\frac{\partial E}{\partial z}\right|$ gemäß (2) den Ausdruck $\left|\mu_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z}\right|$ einsetzt, dann läßt sich aus dem Ablenkwinkel α das unbekannte magnetische Moment μ_z und über Gleichung (1) auch die Energie E des magnetischen Moments im Magnetfeld bestimmen.

Für eine Messung des magnetischen Momentes μ_z und der Energie E muß der Ablenkwinkel α größer sein als die Winkelstreuung

$$\Delta\alpha \approx \frac{\lambda}{b} = \frac{h}{p \cdot b}\,, \qquad (4)$$

die aufgrund der Beugung an der Lochblende (s. Abb. 55) auftritt:*)

$$\alpha \gtrsim \Delta\alpha$$

Das ist wegen der Beziehungen (3) und (4) gleichbedeutend mit:

$$\frac{\left|\frac{\partial E}{\partial z}\right| \cdot \Delta t}{p} \gtrsim \frac{h}{p \cdot b}$$

$$\left|\frac{\partial E}{\partial z}\right| b \cdot \Delta t \gtrsim h \qquad (5)$$

Weil das Loch in der Blende einen von Null verschiedenen Durchmesser b hat, kann nicht beliebig genau bestimmt werden, an welcher Stelle das Teilchen in das Magnetfeld eintritt. Daraus ergibt sich eine Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \left|\frac{\partial E}{\partial z}\right| \cdot b.$$

Aus Beziehung (5) folgt somit:

$$\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim h}$$

Die Energieunbestimmtheit ΔE der Teilchen läßt sich dadurch verringern, daß die "Flugzeit" Δt vergrößert wird, daß also die Teilchen für eine längere Zeitspanne mit dem Magnetfeld in "Kontakt" gebracht werden.

Während der Messung stehen die Teilchen für die Dauer Δt mit dem Meßgerät in Wechselwirkung. Aus dieser Wechselwirkung resultiert die Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}.$$

Die Zeitunbestimmtheit Δt hat demnach die Bedeutung einer Wechselwirkungsdauer.

---

*) Im Rahmen unserer abschätzenden Rechnungen kann für die Beugung an einem Loch mit dem Durchmesser b die Winkelstreuung $\Delta\alpha$ übernommen werden, die bei der Beugung an einem Spalt der Breite b auftritt (s. B.II.1.).
Bzgl. einer genauen quantitativen Diskussion vgl.z.B. /118/.

Will man die Energie eines Systems sehr genau festlegen, so ist dazu eine genügend lange Zeit erforderlich: die Meßdauer Δt - also die Zeitspanne, während der das zu untersuchende System mit dem Meßgerät in Wechselwirkung steht - hat der geforderten Genauigkeit ΔE bei der Energiemessung zu entsprechen:

$$\Delta t \approx \frac{h}{\Delta E}$$

Die Energie eines Systems kann somit nicht in beliebig kurzer Zeit und zugleich beliebig genau gemessen werden.

Diese Deutung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation steht, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, im Einklang mit den Ergebnissen des Abschnitts B.I.2. über die Bewegung von Wellenpaketen.

I.2. Wellenpakete

Im Abschnitt B.I.2. ging es um Wellenpakete, die aus laufenden Wellenzügen der Form $\cos(kx - \omega t)$ zusammengesetzt sind. Diese Wellenpakete bewegen sich mit einer Geschwindigkeit v, die von den Unbestimmtheiten Δx und Δt bzw. Δk und $\Delta\omega$ abhängt:

$$v \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} \approx \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

Ein Teilchen, dessen Bewegungsverhalten durch ein solches Wellenpaket beschrieben wird, hat aufgrund der Beziehungen

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi \quad \text{und} \quad E = \hbar\omega$$

die Energieunbestimmtheit

$$\Delta E = \hbar \Delta\omega \approx \frac{h}{\Delta t} .$$

Das Auftreten der Energieunbestimmtheit läßt sich aber auch folgendermaßen erklären: Das Wellenpaket benötigt ungefähr die Zeitspanne Δt, um an einem ruhenden Beobachter "vorbeizuziehen". Will man die Energie des Teilchens messen, so steht dafür also lediglich die Meßdauer Δt zur Verfügung. Das führt wieder auf die Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} .$$

Teilchen mit einem "scharfen" (d.h. exakt bestimmten) Impuls p und einer scharfen Energie E werden durch unendlich lange Wellenzüge der Form cos (kx - ωt) repräsentiert, die auch unendlich lange Zeit für eine Messung zur Verfügung stehen. Läßt man nun diese Teilchen mit der scharfen Energie E auf eine verschließbare Spaltblende fallen, die nur für eine kurze Zeitspanne Δt geöffnet wird, so haben die durchgelassenen Teilchen auf der anderen Seite der Blende keine scharfe Energie mehr, denn die kurzzeitig geöffnete Blende hat nur ein endlich langes Stück des ursprünglich unendlich langen Wellenzuges passieren lassen (s.Abb. 56). Ein solcher "abgehackter" Wellenzug hat keine

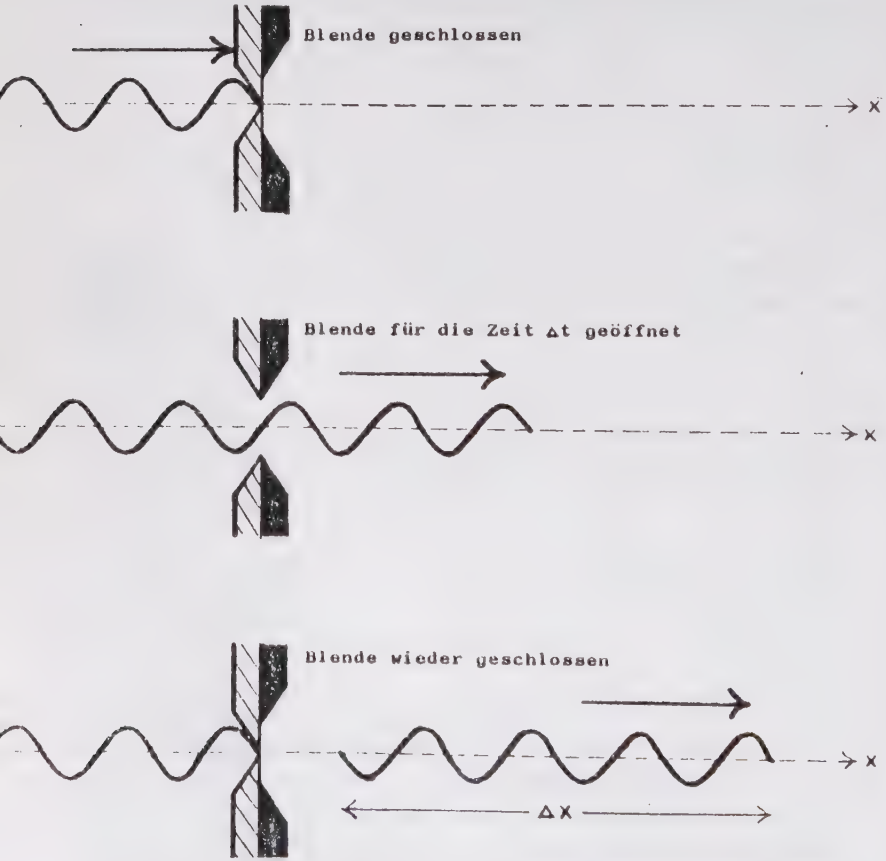


Abb. 56: Eine kurzzeitig geöffnete Blende läßt einen Wellenzug der Länge Δx durch. Wie groß ist die Energieunbestimmtheit der zugehörigen Teilchen?

scharfe Wellenlänge und keine scharfe Frequenz mehr, denn er kann wegen seiner endlichen Länge Δx als ein Wellenpaket mit den Unbestimmtheiten Δx und Δt aufgefaßt werden. Daraus ergibt sich die Impulsunbestimmtheit:

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x}$$

und die Energieunbestimmtheit:

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} .$$

Im Korpuskelbild läßt sich das Auftreten der Energieunbestimmtheit so erklären: Damit der Spalt, dessen Breite b betragen möge, nur während der Zeitspanne Δt freigegeben wird, muß sich der Verschluß mindestens mit einer Geschwindigkeit u von der Größenordnung

$$u \approx \frac{b}{\Delta t}$$

quer zur x - Achse bewegen. Gemäß Abschnitt B.II.1. übertragen die Teilchen bei der Beugung am Spalt <u>im Mittel</u> den Impuls

$$\Delta p \approx \frac{h}{b}$$

quer zu ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung auf den Verschluß und die Blende, so daß die Impulskomponente der Teilchen quer zu ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung nach dem Durchgang durch die Spaltblende um Δp <u>unbestimmt</u> ist. Mit einem mittleren Impulsübertrag Δp ist aber auch ein mittlerer Energieübertrag ΔE der Teilchen auf den Verschluß (der sich mit der Geschwindigkeit u bewegt) verbunden (vgl. S. 46):

$$\Delta E \approx u \cdot \Delta p \approx \frac{b}{\Delta t} \cdot \frac{h}{b} = \frac{h}{\Delta t}$$

Nachdem also die Teilchen während der Zeitspanne Δt mit der sich öffnenden und wieder schließenden Blende in Wechselwirkung gestanden haben, muß ihnen die Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}$$

zugeschrieben werden. Das bestätigt erneut unsere Deutung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation, wonach die Zeitunbestimmtheit Δt als die Zeitspanne anzusehen ist, während der das jeweils

betrachtete System mit einem anderen - z.B. mit einem Meßgerät - in Wechselwirkung stand.

.3. Angeregte Atomzustände

Atomelektronen können aus dem Grundzustand in energetisch höhere Zustände gebracht werden, und zwar durch eine Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld (indem die Atomhülle ein Photon geeigneter Frequenz absorbiert), oder durch eine Wechselwirkung mit anderen Teilchen (z.B. durch den Zusammenstoß mit freien Elektronen im Franck-Hertz-Versuch).

Die Atomelektronen bleiben aber nicht lange in einem solchen "angeregten" Zustand. Schon nach kurzer Zeit gehen sie aufgrund der Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld*) unter Emission eines Photons in energetisch tiefere Zustände über oder kehren direkt in den Grundzustand zurück. Es läßt sich allerdings nicht mit Gewißheit voraussagen, wann ein bestimmtes Atom den angeregten Zustand verlassen wird; es kann nur eine mittlere "Lebensdauer" τ des angeregten Zustandes ermittelt werden, innerhalb der ein bestimmtes Atom mit recht großer Wahrscheinlichkeit in einen energetisch tieferen Zustand übergeht.
Ein Atom in einem angeregten Zustand der Lebensdauer τ steht demnach im Mittel nur während der Zeitspanne $\Delta t \approx \tau$ mit dem Strahlungsfeld in Wechselwirkung. Daraus resultiert aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation für den angeregten Atomzustand eine Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} \approx \frac{h}{\tau} \quad .^{**})$$

---

*) Auch das Strahlungsfeld besitzt, wie das Teilchen im Kasten oder der harmonische Oszillator, eine Nullpunktsenergie. Wegen dieser Nullpunktsenergie läßt sich das Strahlungsfeld nirgendwo so weit abschwächen, daß es völlig unwirksam wird. Somit stehen die Elektronen eines Atoms wegen ihrer elektrischen Ladung immer in Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld.

**) Eine Sonderstellung nimmt in diesem Zusammenhang der Grundzustand ein; seine Lebensdauer muß als unendlich betrachtet werden, da ein Übergang in einen energetisch tieferen Zustand nicht möglich ist. Die Energie des Grundzustandes kann also genau bestimmt werden.

Wenn ein Atom aus einem angeregten Zustand mit der Energieunbestimmtheit ΔE in einen energetisch tieferen Zustand übergeht, so ist natürlich auch die Energie $h\nu$ des emittierten Photons mindestens im gleichen Maße unbestimmt:

$$h \cdot \Delta\nu \gtrsim \Delta E$$

$$\Delta\nu \gtrsim \frac{\Delta E}{h} \approx \frac{1}{\tau}$$

Die Frequenzbreite $\Delta\nu$ der dem Übergang zugeordneten Spektrallinie kann die sogenannte "natürliche" Linienbreite $\frac{1}{\tau}$ nicht unterschreiten /119/.

Bei den meisten angeregten Zuständen der Atomhülle ist die Lebensdauer von der Größenordnung 10^{-8} s. Für die natürliche Linienbreite $\Delta\nu_N$ ergibt sich damit:

$$\Delta\nu_N \approx 10^8 \text{ Hz}$$

Spektrallinien im sichtbaren Bereich haben Frequenzen von der Größenordnung

$$\nu \approx 10^{15} \text{ Hz}.$$

Die natürliche Linienbreite beträgt also lediglich ein Zehnmillionstel (!) der Frequenz und beeinträchtigt somit die Schärfe der Spektrallinien nur unwesentlich. Die Zusammenstöße der Atome untereinander führen allerdings zu einer Verkürzung der mittleren Lebensdauer τ der angeregten Zustände und damit zu einer zusätzlichen Verbreiterung der Spektrallinien /120/.

Eine weitere Verbreiterung der Spektrallinien wird durch den Dopplereffekt hervorgerufen, der infolge der Wärmebewegung der Atome auftritt. Bewegt sich ein Atom auf den Beobachter zu, so erscheint die Frequenz des emittierten Photons vergrößert, bewegt es sich vom Beobachter fort, so wird eine geringere Frequenz wahrgenommen. Die Dopplerverschiebung $\delta\nu$ läßt sich bei einer Geschwindigkeit v des Atoms, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit c ist, sehr einfach berechnen:

$$\delta\nu = \frac{v}{c} \cdot \nu \quad \text{(s.S. 65)}$$

Die Wärmebewegung der Atome ist bei Zimmertemperatur durch mittlere Geschwindigkeiten von der Größenordnung 1000 $\frac{m}{s}$ gekennzeichnet. *) Neonatome z.B. haben bei 300 K eine mittlere Geschwindigkeit von 600 $\frac{m}{s}$. Damit läßt sich die Dopplerverbreiterung $\Delta\nu_D$ der Spektrallinien abschätzen:

$$\Delta\nu_D \approx \delta\nu \approx \frac{6 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^8} \cdot 10^{15}\ \text{Hz} \approx 10^9\ \text{Hz}$$

Die Dopplerverbreiterung ist also ca. zehnmal so groß wie die natürliche Linienbreite, die wir darauf zurückgeführt haben, daß Atome in einem angeregten Zustand der Lebensdauer τ nur während einer Zeitspanne $\Delta t \approx \tau$ mit dem Strahlungsfeld in Wechselwirkung stehen können. Die natürliche Linienbreite liefert daher im allgemeinen nur einen unwesentlichen Beitrag zur Frequenzbreite von Spektrallinien (s. Abb. 57).

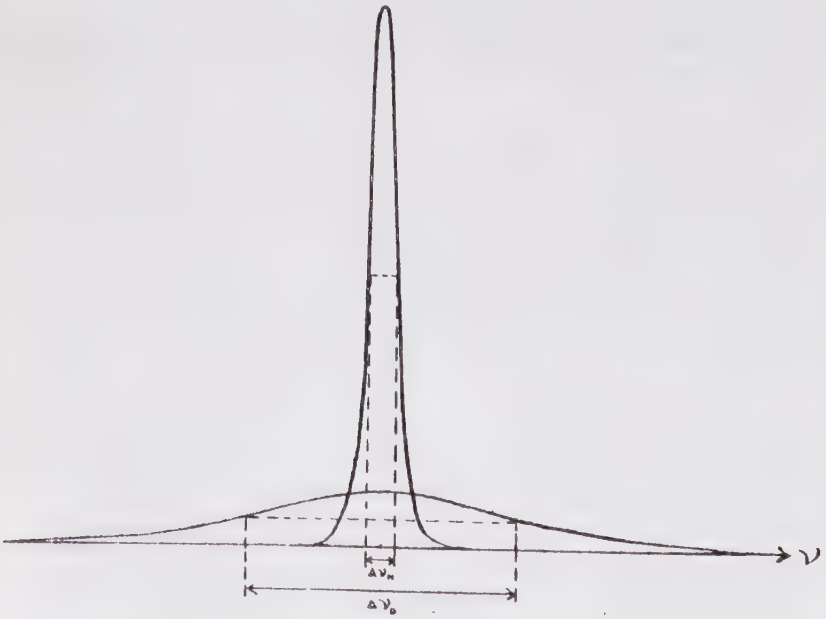


Abb. 57: Frequenzbreite einer Spektrallinie
Zum Vergleich sind zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Photonenfrequenz ν dargestellt: die schmale Verteilung besitzt nur die natürliche Linienbreite $\Delta\nu_N$, während bei der anderen die Dopplerverbreiterung $\Delta\nu_D$ berücksichtigt ist. Die Dopplerverbreiterung ist bei Zimmertemperatur ca. zehnmal so groß wie die natürliche Linienbreite.

*) Vgl. dazu den Versuch von Stern, der z.B. im Film 8 F 87 vom FWU dargestellt ist.

C.I.4. Energieunbestimmtheit und klassische Beschreibung

Im Abschnitt B.V.2. hatten wir gefunden, daß sich das Bewegungsverhalten eines Teilchens in einem Potentialfeld der Reichweite a klassisch in guter Näherung beschreiben läßt, wenn die de-Broglie-Wellenlänge λ des Teilchens klein gegenüber der Potentialreichweite a ist.

Ein Teilchen mit dem Impuls $p = m \cdot v$, das ein Potentialfeld der Reichweite a durchquert, steht während einer Zeitspanne Δt mit dem Feld in Wechselwirkung; diese Wechselwirkungsdauer Δt ist von der Größenordnung

$$\Delta t \approx \frac{2a}{v} = \frac{2ma}{p} \quad \text{(s.S. 113)}$$

Aus der Wechselwirkung mit dem Feld resultiert nach der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation für das Teilchen eine Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} \approx \frac{hp}{2ma} .$$

Soll die Wechselwirkung zwischen Teilchen und Feld klassisch in guter Näherung beschrieben werden, dann muß diese Energieunbestimmtheit klein gegenüber der kinetischen Energie des Teilchens sein*):

$$\frac{hp}{2ma} << \frac{p^2}{2m}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{h}{a} << p$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{h}{p} << a \ ,$$

$$\Longleftrightarrow \quad \boxed{\lambda << a}$$

*) Das Auftreten der Energieunbestimmtheit macht wiederum deutlich, daß in der Quantenphysik - im Gegensatz zur klassischen Physik - Wechselwirkungsprozesse nicht vollständig kontrolliert werden können (s.S. 67 f). Die Energieunbestimmtheit darf deshalb nur von untergeordneter Bedeutung sein, wenn ein Vorgang klassisch in guter Näherung beschrieben werden soll; denn innerhalb der klassischen Physik ist ja jede Wechselwirkung prinzipiell genau kontrollierbar und somit auch die Energie immer genau bestimmt.

Durch das im Abschnitt B.V.2. gefundene Kriterium $\lambda << a$ wird somit auch gewährleistet, daß die aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation auftretende Energieunbestimmtheit im Vergleich zur kinetischen Energie des Teilchens von völlig untergeordneter Bedeutung ist.

Ergänzende Literaturstellen:

Feynman: Kap. 5 /47/
Bader: S. 124 f /48/
Brachner, Fichtner: S. 81, S. 113 f /50/

C. II. Virtuelle Zustände

Im letzten Kapitel haben wir gesehen, daß ein zeitlich begrenzter Wechselwirkungsprozeß eine Energieunberstimmtheit der beteiligten Systeme zur Folge hat. Diese Energieunbestimmtheit fällt um so größer aus, je kürzer die jeweilige Wechselwirkungsdauer ist.

Wenn zwei physikalische Systeme für eine bestimmte Zeitspanne Δt miteinander in Wechselwirkung treten, dann muß wegen des Energieerhaltungssatzes die Gesamtenergie der beiden Systeme vor dem Wechselwirkungsprozeß gleich der Gesamtenergie nach Beendigung der Wechselwirkung sein. **) Aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation ist aber die Energie der beiden beteiligten Systeme (und damit auch die Gesamtenergie) nicht genau bestimmt; die Energieunbestimmtheit beträgt $\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}$. Rein <u>formal</u> betrachtet man deshalb in der Quantenphysik bei Wechselwirkungsprozessen (kurzdauernde) Zwischenzustände als möglich, deren Gesamtenergie von der des Anfangs- und Endzustandes abweicht. *) Diese Zwischenzustände werden, da sie <u>nicht experimentell</u> kontrolliert werden können, <u>virtuelle</u> Zustände genannt; denn wollte man neben Anfangs- und Endzustand auch Zwischenzustände experimentell bestimmen, so würde durch den Einfluß der dazu notwendigen zusätzlichen Messungen der jeweilige Systemzustand und damit der Ablauf des physikalischen Prozesses verändert werden.

---

*) Häufig wird dieser Sachverhalt so interpretiert, daß in der Quantenphysik eine "kurzfristige Verletzung des Energiesatzes möglich ist." (Vgl. z.B. /121/oder /122/). Eine solche Ausdrucksweise muß jedoch als irreführend angesehen werden, denn die Energie ist auch in der Quantenphysik eine Erhaltungsgröße. Wenn aber die Energie nicht genau bestimmt ist, kann sich der Erhaltungssatz nur auf den <u>Mittelwert</u> der Energie beziehen. Abweichungen vom Mittelwert sind dann nicht auf eine "kurzfristige Verletzung des Energiesatzes" zurückzuführen, sondern darauf, daß die Energie gar nicht genau bestimmt ist. (vgl. S. 203).

**) Hier muß berücksichtigt werden, daß die Lernenden im allgemeinen den Energieerhaltungssatz der klassischen Physik internalisiert haben, wonach die Gesamtenergie erstens scharf bestimmt ist und zweitens während des ganzen Wechselwirkungsprozesses erhalten bleibt.

Dieser Sachverhalt ist uns noch vom Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen vertraut: eine zusätzliche Messung, mit der experimentell bestimmt werden soll, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, führt zum Verschwinden der Interferenzstreifen (s. B.III.1.). Trotzdem verwirft man aber deshalb nicht im Falle von Interferenz die gedankliche Vorstellung von den beiden Zwischenzuständen "Ein Elektron geht durch Spalt 1" und "Ein Elektron geht durch Spalt 2". Vielmehr zieht man diese beiden Zwischenzustände formal zur Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit auf dem Schirm heran. Weil jedoch die Zwischenzustände experimentell ununterscheidbar sind, muß man die Rechnung so durchführen, als ob die Elektronen über die beiden Zwischenzustände gleichzeitig zum Schirm gelangen könnten: die von den beiden Einzelspalten ausgehenden "Wahrscheinlichkeitswellen" werden zu einer neuen Wellenfunktion überlagert. Das Betragsquadrat dieser durch Interferenz entstandenen Wellenfunktion liefert dann die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, daß in der Quantentheorie die gedankliche Vorstellung von unbeobachtbaren (oder virtuellen) Zwischenzuständen erfolgreich zur Erarbeitung von Vorhersagen für das Ergebnis zukünftiger Experimente herangezogen werden kann (s.S. 54 u. S. 79). Virtuelle Zwischenzustände sind somit unverzichtbare Bestandteile der Quantentheorie; denn der Wert einer Theorie liegt in ihrem Erfolg begründet, richtige Vorhersagen zu liefern. In diesem Kapitel sollen mit Hilfe von virtuellen Zwischenzuständen Erklärungen und Vorhersagen bzgl. des Tunneleffektes, der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Photonen sowie der Reichweite einer Wechselwirkung erarbeitet werden.

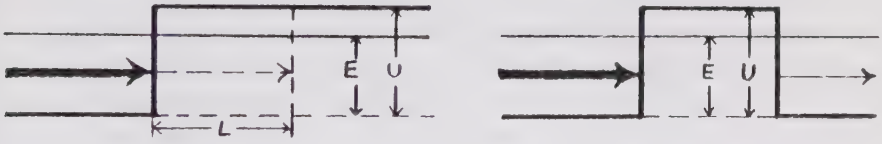
C.II.1. Tunneleffekt

Wir hatten bereits festgestellt: Aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation sind bei Wechselwirkungsprozessen, die sich über eine Zeitspanne Δt erstrecken, rein formal (virtuelle) Zwischenzustände möglich, deren Energien vom

Anfangs und Endwert um durchschnittlich

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}$$

abweichen. Mit Hilfe dieser virtuellen Zwischenzustände wollen wir nun zeigen, daß ein Teilchen auch dann in eine Potentialstufe der Höhe U eindringen oder eine Potentialschwelle der Höhe U überwinden kann, wenn $E < U$ ist (s.Abb.58). Dieser Effekt wird, weil die Energie E im Bereich der Schwelle unter dem Potential U liegt, auch "Tunneleffekt" genannt; das Teilchen schafft sich - bildhaft gesprochen - einen Tunnel durch den Potentialberg /123/. Der Tunneleffekt spielt z.B. eine wichtige Rolle bei der Emission von α-Teilchen durch Atomkerne, bei der Bildentstehung im Feldelektronenmikroskop und auch für die Arbeitsweise elektronischer Bauelemente /124-127/.



a) Potentialstufe b) Potentialschwelle

Abb. 58: Tunneleffekt
Teilchen der Energie E treffen von links auf eine Potentialstufe bzw. Potentialschwelle der Höhe $U > E$. Um die Verhältnisse möglichst einfach zu gestalten, ist der Potentialverlauf in einer idealisierten, unstetigen Form dargestellt. Realistische Stufen und Schwellen würden einen kontinuierlichen Anstieg bzw. Abfall des Potentials aufweisen.

Damit ein Teilchen die Potentialschwelle "durchtunneln" kann, muß die Schwelle so schmal sein, daß die kurze Zeitspanne, während der das Teilchen sich in der Schwelle befindet, gar nicht ausreicht, um die Energie, die das Teilchen in diesem Zustand hat, genau zu bestimmen. (vgl. S. 133: Die Energie eines Teilchens kann wegen der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation nicht in beliebig kurzer Zeit und zugleich beliebig genau gemessen werden.) Dann besteht aber eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen bei einer Messung in dieser Zeitspanne eine höhere Energie zeigt

als vor und hinter der Potentialschwelle und daher ohne Widerspruch zum Energiesatz die Schwelle durchqueren kann. Der springende Punkt dieser Überlegung ist also, daß man zwar vor und hinter der Schwelle genügend Zeit hat, um die Energie des Teilchens beliebig genau zu bestimmen, nicht aber während des Durchquerens der Schwelle selbst; und dementsprechend nimmt die Wahrscheinlichkeit für das Durchqueren der Schwelle ab, je breiter die Schwelle, je genauer bestimmbar also die Energie des Teilchens während des Durchquerens ist. Man darf also die Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes nur dann voraussetzen, wenn experimentelle Bedingungen vorliegen, welche wenigstens grundsätzlich gestatten, seine Gültigkeit nachzuprüfen! /128/

Die mittlere Eindringtiefe L (s. Abb. 58a), bis zu der Teilchen mit der kinetischen Energie E und der Masse m in eine Potentialstufe der Höhe $U > E$ im Mittel eindringen, wollen wir nun mit Hilfe der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation abschätzen. Diese Eindringtiefe L stellt dann auch ungefähr die Breite einer gleichhohen Potentialschwelle dar, bei der noch ein merklicher Anteil der einfallenden Teilchen die Schwelle "durchtunnelt" (s. Abb. 58 b); für wesentlich größere Schwellenbreiten wird die Durchlaßwahrscheinlichkeit verschwindend gering.

Damit ein Teilchen in die Stufe eindringen kann, muß es erstens die potentielle Energie U und zweitens die kinetische Energie $\frac{m}{2} v^2$ besitzen, mit der es sich innerhalb der Stufe bewegt. Das Teilchen hat aber lediglich die Energie $E < U$. Daraus folgt für die Energieunbestimmtheit:

$$\Delta E = U - E + \frac{m}{2} v^2$$

Die Aufenthaltsdauer Δt des Teilchens in der Stufe (die der Zeitdauer entspricht, während der das Teilchen mit dem Potential in Wechselwirkung steht) ist mit der Eindringstufe L durch die Beziehung $L = v \cdot \Delta t$ verknüpft.

$$\Longrightarrow \quad \Delta E \cdot \Delta t = \left[U - E + \frac{m}{2} \left(\frac{L}{\Delta t} \right)^2 \right] \cdot \Delta t \approx h$$

$$\Longrightarrow \quad L^2 \approx \frac{2h}{m} \cdot \Delta t - \frac{2 (U-E)}{m} \cdot (\Delta t)^2$$

Dieser Zusammenhang zwischen L^2 und Δt ist in Abb. 59 graphisch dargestellt.

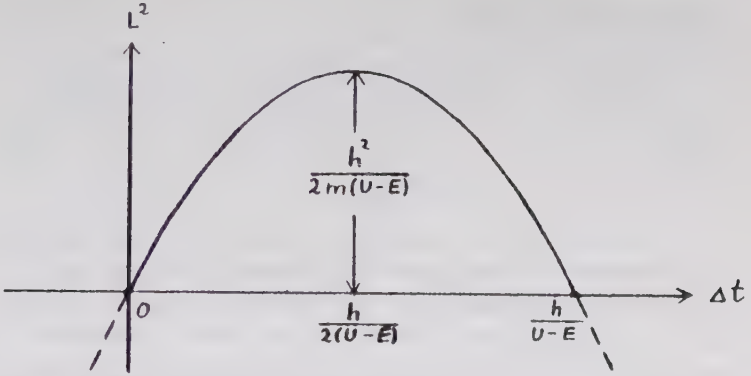


Abb. 59: Graphische Darstellung des Zusammenhanges zwischen der Wechselwirkungsdauer Δt und dem Quadrat der mittleren Eindringtiefe L

Der Maximalwert von L^2 beträgt nach Abb. 59:

$$\frac{h^2}{2m\cdot(U-E)}$$

$$\Longrightarrow \qquad L \lesssim \frac{h}{\sqrt{2m\cdot(U-E)}} \quad *) \qquad (1)$$

Die mittlere Eindringtiefe L wird also um so größer, je kleiner das "Energiedefizit" U - E und je kleiner die Teilchenmasse m ist. Eine Potentialschwelle, deren Breite die Eindringtiefe L nicht wesentlich überschreitet, wird von einem beträchtlichen Anteil der einfallenden Teilchen "durchtunnelt", während bei einer Schwellenbreite, die erheblich größer als die Eindringtiefe L ist, die "Tunnelwahrscheinlichkeit" praktisch Null wird. Wir wollen nun für einige Beispiele untersuchen, ob die Möglichkeit eines Tunneleffekts gegeben ist, indem wir die mittlere Eindringtiefe L abschätzen.

*) Das entspricht genau der Eindringtiefe, die man auf die übliche Weise durch Bestimmung einer stetigen Wellenfunktion aus der Schrödingergleichung erhält. Bzgl. dieser Rechnung sowie analoger klassischer Wellenphänomene zum quantenphysikalischen Tunneleffekt vgl. /20/.

a) Makroskopische Objekte

Für ein Sandkorn der Masse 10^{-8} kg ergibt sich bei einem Energiedefizit von nur 1 eV gemäß Beziehung (1) eine mittlere Eindringtiefe

$$L \approx 10^{-20}\,\text{m}.$$

Das ist weniger als der hunderttausendste Teil eines Atomkerndurchmessers! (Bei schwereren makroskopischen Objekten und größeren Energiedefiziten wird die Eindringtiefe noch kleiner.) Derartig schmale Potentialschwellen lassen sich aber für makroskopische Objekte nicht realisieren, so daß hier ein Tunneleffekt überhaupt nicht in Erscheinung treten kann. Das steht mit der Tatsache im Einklang, daß im Rahmen der klassischen Mechanik, die ja das Bewegungsverhalten makroskopischer Objekte befriedigend beschreibt, ein Tunneleffekt nicht möglich ist.*)

b) α-Teilchen

Für α-Teilchen ergibt sich bei einem Energiedefizit von 1 MeV gemäß Beziehung (1) die mittlere Eindringtiefe

$$L \approx 10^{-14}\,\text{m}.$$

---

*) Das Verhalten von Mikroteilchen an der Potentialschwelle der Abb. 1b läßt sich schon wegen des abrupten, unstetigen Potentialverlaufs gar nicht klassisch beschreiben. Damit eine genäherte klassische Beschreibung möglich wird, müßte das Potential so langsam ansteigen und wieder abfallen, daß die Änderung der potentiellen Energie auf der Strecke einer de-Broglie-Wellenlänge $\lambda = h/p$ gegenüber der jeweiligen kinetischen Energie vernachlässigt werden darf (s.S. 115). Das ist aber nur dann möglich, wenn das Maximum U der potentiellen Energie kleiner als die anfängliche kinetische Energie E des Teilchens ist. Für unseren Fall $U > E$ ist somit eine genäherte klassische Beschreibung des Verhaltens von Mikroteilchen auch bei einem stetigen Potentialverlauf ausgeschlossen.
Für ein Sandkorn wird sich ein so geringes Energiedefizit von nur 1 eV kaum realisieren lassen. Das Beispiel ist trotzdem gewählt worden, um zu zeigen, daß bereits hier ein Tunneleffekt unmöglich ist - und damit erst recht bei für makroskopische Objekte realisierbaren größeren Energiedefiziten.

Da auch der Durchmesser der Atomkerne von der Größenordnung 10^{-14} m ist, besteht für ein α-Teilchen, das in einem Atomkern mit einem Energiedefizit von mehreren MeV ringsum durch Potentialschwellen eingeschlossen ist, durchaus die Möglichkeit, den Kern zu verlassen. Nuklide mit solchen Atomkernen treten deshalb als α-Strahler in Erscheinung, wie z.B. $^{226}_{88}$Radium, $^{232}_{90}$Thorium oder $^{238}_{92}$Uran.*)

c) Elektronen

Für Elektronen ergibt sich bei einem Energiedefizit von 1 eV die im Vergleich zu atomaren Abmessungen beträchtliche Eindringtiefe

$$L \approx 10^{-9} \text{m}.$$

Es besteht also die Möglichkeit, daß Elektronen trotz eines Energiedefizits von mehreren Elektronenvolt Strecken zurücklegen, die bis zu etlichen Atomdurchmessern reichen können.**) Auf diese Weise überwinden z.B. die Leitungselektronen an einem elektrischen Kontakt trotz eines der Austrittsarbeit entsprechenden Energiedefizits den schmalen Raum zwischen den leitenden Metallteilen. Als weiteres Beispiel sei hier das Wasserstoffatom genannt. Seine Energie beträgt im Grundzustand - 13,6 eV. Klassisch entspricht dem ein maximaler Abstand von $1{,}06 \cdot 10^{-10}$ m zwischen Elektron und Kern.

---

*) Nähere Erläuterungen und entsprechende Abbildungen findet man z.B. in /129-131/.

**) Als Scherz sei hier angemerkt, daß der Tunneleffekt sogar schon zu einem besseren Verständnis von Geistererscheinungen herangezogen worden ist. Der Überlieferung nach sollen Gespenster ohne große Mühe Gemäuer von beträchtlicher Stärke durchdringen können. Ein Science-Fiction Autor war der Meinung, daß die Gespenster dieses Kunststück mittels des Tunneleffektes vollbringen, und er zog daraus in scherzhafter Weise den Schluß, daß die Masse eines Gespenstes noch um viele Zehnerpotenzen kleiner sein müsse als die eines Elektrons. Gebilde mit einer derartig geringen Masse können aber schon durch geringfügige Einflüsse auf hohe Geschwindigkeiten beschleunigt und aus dem Anziehungsbereich der Erde hinauskatapultiert werden. So überrascht es nicht, daß die Anzahl der auf der Erde registrierten Gespenster -von Schottland einmal abgesehen- beruhigend gering bleibt. Bzgl. näherer Erläuterungen sei der an noch mehr Nonsens interessierte Leser auf /132/ verwiesen.

(Bei diesem Abstand liegt die gesamte Energie als potentielle Energie vor.) Das Elektron wird aber mit exponentiell abnehmender Wahrscheinlichkeit auch in größeren Abständen vom Kern angetroffen, obwohl dort die potentielle Energie die Gesamtenergie übersteigt.

Beträgt das Energiedefizit eines Elektrons 1 MeV (das entspricht größenordnungsmäßig den Bindungsenergien der Atomkernbestandteile), so erhält man gemäß Beziehung (1) immer noch die beträchtliche durchschnittliche Eindringtiefe

$$L \approx 10^{-12}\,\mathrm{m}. \qquad (2)$$

Atomkerne haben Durchmesser von der Größenordnung 10^{-14} m. Die durchschnittliche Eindringtiefe L von Elektronen ist aber bei einem Energiedefizit von 1 MeV wegen (2) ca. hundertmal größer als ein Atomkerndurchmesser. Das zeigt erneut, daß sich Elektronen nicht für längere Zeit in einem Atomkern aufhalten können (s.B.IV.2.).

C.II.2. Wechselwirkung von Elektronen und Photonen

Weitere Beispiele für virtuelle Zwischenzustände mit einer formal vom Anfangs- und Endwert abweichenden Gesamtenergie ergeben sich aus der Wechselwirkung von Elektronen und Photonen.

Obwohl ein freies Elektron aufgrund des Energie- und Impulssatzes kein Photon absorbieren oder emittieren kann, lassen sich z.B. die Vorgänge beim Comptoneffekt formal so darstellen, daß ein freies Elektron ein Photon der Frequenz ν absorbiert und kurze Zeit später - nach einer Wechselwirkungsdauer Δt - ein Photon der Frequenz ν' emittiert (Abb. 60a). Wegen der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation kann nämlich der virtuelle Zwischenzustand (zwischen der Absorption und der Emission) eine um $\Delta E \approx h/\Delta t$ vom Anfangs- und Endwert abweichende Gesamtenergie besitzen; die Kombination aus der Absorption und der anschließenden Emission eines Photons durch ein freies

Elektron ist also trotz Energie- und Impulssatz durchaus möglich.

In der Abbildung 60 sind mehrere für einen Beobachter ununterscheidbare Möglichkeiten des Ablaufs einer Comptonstreuung durch sogenannte Feynmandiagramme veranschaulicht. Jeder dieser Wege führt über einen virtuellen Zwischenzustand.*)

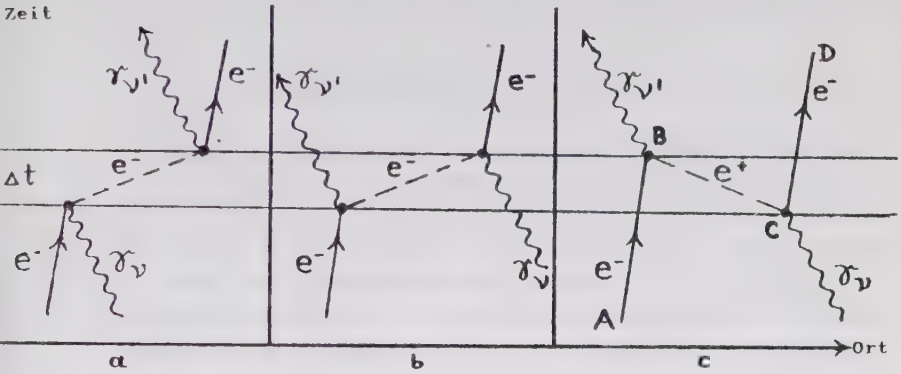


Abb. 60: Feynmandiagramme dreier ununterscheidbarer Möglichkeiten für den Ablauf einer Comptonstreuung $e^- + \gamma_\nu \rightarrow e^- + \gamma_{\nu'}$.

Während in Abb. 3a zuerst das einfallende Photon mit der Frequenz ν absorbiert und dann das Photon der Frequenz ν' emittiert wird, ist es bei dem Weg der Abb. 60 b genau umgekehrt: das Photon der Frequenz ν' wird bereits vor der Absorption des einfallenden Photons emittiert. In Abb. 60 c schließlich verwandelt sich das einfallende Photon der Frequenz ν durch Paarbildung in ein Elektron und ein Positron;

*) In der Quantenelektrodynamik z.B. werden die virtuellen Zwischenzustände zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten und Wirkungsquerschnitte verschiedener Prozesse herangezogen. Da aber die einzelnen Wege eines Prozesses über ununterscheidbare Zwischenzustände führen, müssen die Berechnungen so konzipiert werden, als ob der Prozess auf den ununterscheidbaren Wegen gleichzeitig ablaufen könnte. Das entspricht genau der Situation beim Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen: weil im Falle von Interferenz nicht unterschieden werden kann, ob ein Elektron den Weg durch den ersten oder den Weg durch den zweiten Spalt genommen hat, muß man die Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeitsdichte auf dem Schirm so durchführen, als ob die Elektronen auf beiden Wegen gleichzeitig zum Schirm gelangen könnten (s.S. 142).

anschließend gehen das Positron und das anfangs vorhandene Elektron durch Paarvernichtung in ein Photon der Frequenz ν' über. Beide Prozesse - die Paarbildung und die Ein-Photon-Paarvernichtung - können wegen des Energie-Impuls-Satzes nicht ohne die Anwesenheit eines weiteren Teilchens ablaufen /133/. Die Kombination der beiden Prozesse ist jedoch aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation möglich.*)

C.II.3. Virtuelle Zustände und zeitliche Ordnung

Das Feynmandiagramm der Abb. 60 c läßt sich auch in der Weise deuten, als ob nicht ein in C erzeugtes Positron nach B wandert, sondern als ob das einfallende Elektron von B aus rückwärts in der Zeitvariablen t nach C läuft. Diese Deutung mag auf den ersten Blick sehr befremdend erscheinen, aber wir dürfen nicht vergessen, daß es hier um formal mögliche, unbeobachtbare Zwischenzustände geht. Ein Positron kann formal auch als ein in der Zeitvariablen t rückwärts laufendes Elektron aufgefaßt werden. In diesem Falle würde das einfallende Elektron von A aus über B nach C laufen und das Ereignis B würde zwischen den Ereignissen A und C liegen. Sieht man dagegen das Ereignis B als Paarvernichtung an, dann kann es nicht zwischen A und C liegen, denn der Vernichtung B des Positrons muß seine Erzeugung C vorangehen. Für die Ereignisse A,B,C und D gibt es also keine eindeutige lineare Ordnung. Das bedeutet aber, daß die virtuellen Zwischenzustände im Intervall Δt gar keine zeitliche Ordnung (wie Ereignisse !) haben.

Wenn ein Beobachter verschiedene Messungen ausführt, dann sind seine Beobachtungen zeitlich geordnet im Sinne von "früher" und "später". Aber die virtuellen Zustände zwischen je zwei Beobachtungen haben keine zeitliche Ordnung. Zeit als eine Ordnung der Ereignisse, die aus der Vergangenheit heraus irreversibel in die Zukunft gerichtet ist, erwächst uns also erst aus unseren Beobachtungen, die stets mit einer nicht vollständig kontrollierbaren und somit irreversiblen Beeinflussung des jeweiligen Beobachtungsobjektes verbunden sind (s.S. 68).

*) Für den Ablauf einer Comptonstreuung sind neben den drei dargestellten Wegen noch wesentlich kompliziertere Kombinationen von Photonenemission und -absorption sowie Paarerzeugung und -vernichtung denkbar, aber im allgemeinen wird ein Weg um so unwahrscheinlicher und unwichtiger, je komplizierter das zugehörige Diagramm ist.

Newton hatte die Zeit in seinen "Mathematischen Prinzipien der Naturlehre" folgendermaßen charakterisiert: „Die absolute, wahre und mathematische Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand." /134/ Diese Auffassung läßt sich aber nach dem, was oben gesagt wurde, nicht mehr aufrechterhalten, denn jede Beobachtung bezieht sich ja auf einen äußeren Gegenstand. Die Ereignisse fallen demnach nicht, wie Newton meinte, in einen unabhängig von allen Beobachtungen und Handlungen dahinfließenden Zeitstrom, sondern die Beobachtungen mit ihren irreversiblen Beeinflussungen der Beobachtungsobjekte führen erst zur Wahrnehmung von "Zeit", während die unbeobachtbaren Größen (die virtuellen Zustände zwischen den Beobachtungen) keine geordnete Zeit "liefern".

Die nach der Quantentheorie unvermeidliche Irreversibilität der Beobachtungsakte läßt uns nun auch den von allen Menschen empfundenen fundamentalen Unterschied zwischen Vergangenheit und Zukunft von physikalischen Standpunkten aus besser verstehen. Die klassische Physik konnte für diesen Unterschied keine befriedigende Erklärung geben: „Die Gleichungen der klassischen Mechanik schreiben der Zeit eine Ordnung, aber nicht eine Richtung zu. Wenn ein Ball von A nach C durch B geworfen wird, so wird die umgekehrte Bewegung durch dieselbe Differentialgleichung beschrieben wie die erste Bewegung. Dieses bekannte Ergebnis rührt daher, daß die Differentialgleichungen der Mechanik Gleichungen zweiter Ordnung sind; vertauscht man in einer Lösung dieser Gleichungen t mit -t, dann erhält man noch eine Lösung. Diese Gleichungen bestimmen also nicht eine Richtung der Zeit." /135/Auch die klassische Thermodynamik mit ihrem zweiten Hauptsatz über die Zunahme der Entropie beläßt „der Zeit eine gewisse Symmetrie: Vergangenheit und Zukunft sind beide scharf bestimmt, weil die Elementarphänomene den Gesetzen der Mechanik gehorchen. Wenn nur die Vergangenheit definiert erscheint, nicht aber die Zukunft, dann ist es einfach unsere Unwissenheit, die uns an einen solchen Unterschied glauben läßt. Im Prinzip läßt sich die Zukunft mit dem gleichen Genauigkeitsgrad voraussagen wie die Vergangenheit: dieser Genauigkeit ist keine Grenze gesetzt." /136/

Der klassischen Physik liegt also die Annahme zugrunde, daß die Natur "in Wirklichkeit" ein reversibler "Mechanismus" sei; sie „erscheint uns aber infolge unserer Unkenntnis als ein irreversibler Ablauf. Die Nicht-Umkehrbarkeit des Naturgeschehens ist im Rahmen dieser Auffassung eine praktische Angelegenheit, bedingt durch die Grenzen menschlicher Technik der Beobachtung und Berechnung. Ganz anders liegt die Sache gesehen vom Standpunkt der Quantenmechanik und im Grunde wesentlich befriedigender. In der klassischen Theorie beruht die Irreversibilität auf einem absichtlichen Verzicht auf genaue Kenntnis, mit dem Vorbehalt, daß dieser Verzicht nur provisorisch, nichts Prinzipielles ist, daß ein machtvollerer Geist als der unsere ihn nicht nötig hätte. Die Quantentheorie verlegt den Verzicht in eine frühere Phase der Überlegung, in die Mechanik selbst, und erklärt ihn als prinzipiell und unvermeidlich." /137/

Dieser prinzipielle und unvermeidliche Verzicht auf genaue Kenntnis findet seinen Ausdruck in den Unbestimmtheitsrelationen, die zur Folge haben, daß zukünftige Ereignisse im allgemeinen nicht exakt vorhersagbar sind; denn wenn schon die Gegenwart nicht genau bestimmt werden kann, dann lassen sich auch die zukünftigen Ereignisse nicht exakt vorhersagen, sondern nur als mehr oder weniger wahrscheinlich bezeichnen. Künftige Ereignisse sind in dem Sinne unbestimmt, daß für ihr Eintreten lediglich Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können.

Im Rahmen der Quantentheorie sind also zukünftige Ereignisse im allgemeinen nicht genau „voraussehbar, nicht einmal für einen Übermenschen mit Fähigkeiten, wie sie Laplace im einzelnen gekennzeichnet hatte, während alle vergangenen Geschehnisse genau bekannt sein können, sobald sie aufgeschrieben sind. Die Vergangenheit ist in diesem Sinne definiert, während die Zukunft es nicht ist." /138/ Damit soll natürlich nicht behauptet werden, sämtliche künftigen Ereignisse könnten nicht vorhergesagt werden. Das tägliche Leben liefert uns viele

Beispiele für wirklich gute Vorhersagen. Aber die bloße Tatsache, daß nicht alle Ereignisse vorhergesagt werden können, reicht bereits aus, um zwischen der Vergangenheit (dem Bereich der festliegenden Ereignisse) und der Zukunft (dem Bereich der unbestimmten Ereignisse) zu unterscheiden.

C.II.4. Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen

Freie Elektronen können wegen des Energie- und Impulssatzes kein Photon emittieren oder absorbieren. Trotzdem ist es aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation formal möglich, daß ein freies Elektron ein virtuelles Photon emittiert und kurz darauf - nach einer Zeitspanne Δt - wieder absorbiert (s. Abb. 61). Das elektromagnetische Feld um ein Elektron kann man sich dann als einen Schwarm von virtuellen Photonen vorstellen, die ständig emittiert und absorbiert werden. Soll sich ein virtuelles Photon weit vom Elektron entfernen, so muß es lange existieren, und d.h. die Zeitspanne Δt muß groß sein, was wegen der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation eine niedrige Energie des virtuellen Photons zur Folge hat. Die niederenergetischen Photonen können sich also im Durchschnitt weiter vom Elektron entfernen als die hochenergetischen Photonen, die bevorzugt in der unmittelbaren Umgebung des Elektrons verbleiben, da ihnen nach der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation nur eine kurze mittlere Lebensdauer Δt zukommt.

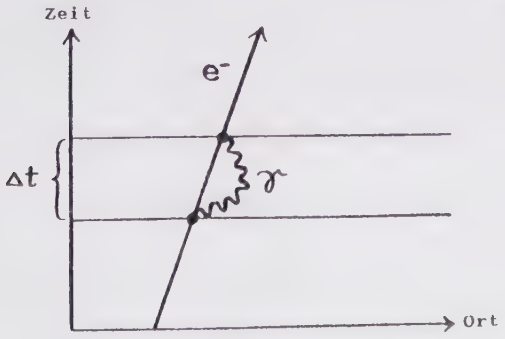


Abb. 61: Ein freies Elektron emittiert ein virtuelles Photon γ und absorbiert es wieder nach einer Zeitspanne Δt.

Die Wechselwirkung zwischen zwei geladenen Teilchen kann man sich formal nun so vorstellen, daß das eine die virtuellen Photonen des anderen absorbiert (s. Abb. 62). Sind sie weit voneinander entfernt, so erhalten sie jeweils vom anderen nur die niederenergetischen Photonen, so daß die Wechselwirkung entsprechend gering ist. Bei kleinem Abstand dagegen tauschen sie bevorzugt die hochenergetischen Photonen aus, was zu einer stärkeren gegenseitigen Beeinflussung führt. /139/

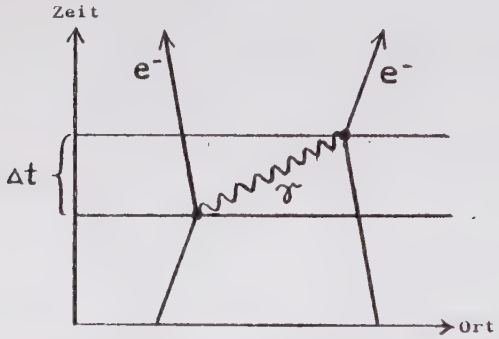


Abb. 62: Ein Elektron emittiert ein virtuelles Photon γ, das nach einer Zeitspanne Δt von einem anderen Elektron absorbiert wird. Die Wechselwirkung zwischen den beiden Elektronen wird durch virtuelle Photonen vermittelt.

C.II.5. Reichweite der starken Wechselwirkung

Während man sich die elektromagnetische Wechselwirkung als einen gegenseitigen Austausch von virtuellen Photonen vorstellen kann, läßt sich die starke Wechselwirkung, die die Bestandteile des Atomkerns beieinander hält, als Austausch von virtuellen Pionen zwischen den Nukleonen erklären. /140/ Da aber die Ruhemasse m_o der Pionen nicht Null, sondern ca.

$$2{,}5 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg}$$

beträgt, ist auch die minimale Pionenenergie nicht Null, sondern gleich

$$m_o c^2 \approx 140\ \mathrm{MeV}.$$

Die Lebensdauer der virtuellen Pionen ist daher wegen der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation auf die Zeitspanne

$$\Delta t \approx \frac{h}{m_o c^2}$$

eingeschränkt. Weil aber die Geschwindigkeit der Pionen die Lichtgeschwindigkeit c nicht überschreiten kann, ist die Reichweite R der starken Wechselwirkung begrenzt:

$$R \approx c \cdot \Delta t \approx \frac{h}{m_o c} \approx 10^{-14}\,m$$

Die Reichweite der starken Wechselwirkung stimmt also größenordnungsmäßig mit den Durchmessern der Atomkerne überein.

Die Reichweite der elektromagnetischen Wechselwirkung dagegen ist unendlich groß, denn die Ruhemasse der Photonen hat den Wert Null, so daß die Energie von virtuellen Photonen beliebig klein werden kann. Somit ist aufgrund der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation der mittleren Lebensdauer von virtuellen Photonen keine obere Grenze gesetzt. Virtuelle Photonen können sich also, sofern ihre Energie nur klein genug ist, beliebig weit von dem geladenen Teilchen, das sie emittiert hat, entfernen.

Ergänzende Literaturstellen:

Bader: S. 71 f /48/
Kuhn: S. 158 f /49/
Brachner, Fichtner: S. 127 f /50/

C.III. Gedankenexperimente von Einstein

In den Jahren nach der Entstehung der Quantenmechanik sind von Einstein wiederholt Gedankenexperimente vorgebracht worden, mit denen er den Nachweis erbringen wollte, daß die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie zu Widersprüchen führe, und daß insbesondere der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation keine grundsätzliche, allgemeine Gültigkeit zukomme. Bohr, Heisenberg u.a. konnten jedoch anhand der von Einstein vorgeschlagenen Meßanordnungen seine Argumentation widerlegen.

Zwei dieser Gedankenexperimente sollen hier diskutiert werden. Das erste ist dem Buch "Physikalische Prinzipien der Quantentheorie" von Werner Heisenberg entnommen /141/.

C.III.1. Experiment von Einstein und Rupp

In einem Kanalstrahl fliegen leuchtende Atome parallel zu einem Schirm am Spalt S der Breite b vorbei (s. Abb. 63). Das von den Atomen ausgesandte Licht, das durch den Spalt dringt, werde mit

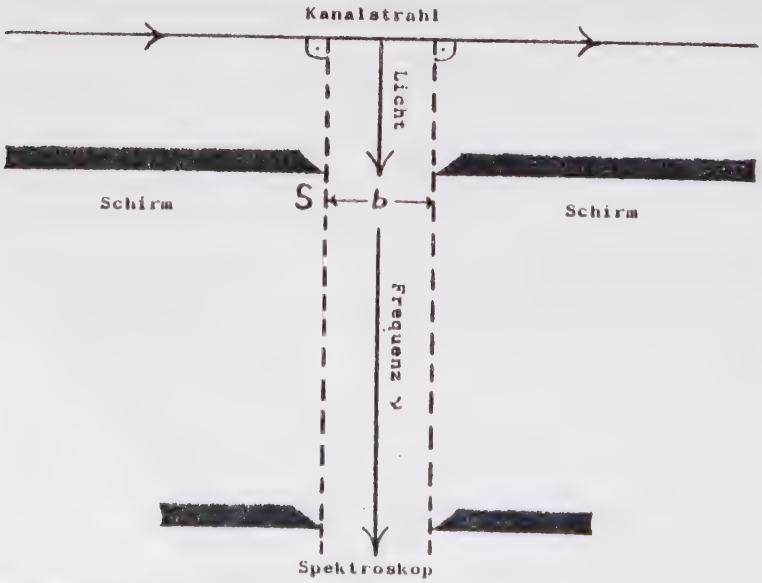


Abb. 63: In einem Kanalstrahl fliegen leuchtende Atome an einem Spalt S vorbei. Das durch den Spalt dringende Licht wird mit einem Spektroskop beobachtet.

einem Spektroskop beobachtet. Die Geschwindigkeit der Atome im Strahl sei v, die Frequenz des von ihnen emittierten monochromatischen Lichtes ν.

Da das Licht eines Atoms nur während der kurzen Zeitspanne $\Delta t \approx \frac{b}{v}$ zum Spektroskop gelangen kann, in der das Atom gerade am Spalt vorbeifliegt, so hat ein den beobachteten Lichtquanten zugeordneter Wellenzug eine endliche Länge; seine Frequenz ν und die zugehörige Energie $E = h\nu$ der Lichtquanten sind daher entsprechend der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation nicht genau bestimmt (s.S. 134):

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}$$

Im Spektroskop wird also eine Verbreiterung der Spektrallinie von der Größenordnung

$$\Delta\nu \approx \frac{\Delta E}{h} \approx \frac{1}{\Delta t} \approx \frac{v}{b} \qquad (1)$$

wahrgenommen. Einstein war der Auffassung, daß hier ein Widerspruch zur Quantentheorie des Lichtes vorliegt, denn nach der Lichtquantentheorie sollte eine Verbreiterung der Linie unmöglich sein, da die Atome monochromatisches Licht der Frequenz ν aussenden, und da der Schirm zwar Impuls, aber wegen seiner großen Masse sicher keine kinetische Energie aufnehmen kann, also die Energie $h\nu$ der Lichtquanten nicht zu ändern vermag.

Der Fehler dieser Überlegung liegt in der Vernachlässigung des Dopplereffektes und der Beugung des Lichtes am Spalt S. Die Lichtquanten, die von den Atomen aus in das Spektroskop gelangen, werden nicht alle senkrecht zur Strahlrichtung ausgesandt; vielmehr können wegen der Beugung am Spalt S auch Lichtquanten in das Spektroskop gelangen, deren Emissionsrichtung von der Senkrechten abweicht (s. Abb. 64), und zwar bis zu einem Winkel α der Größenordnung (vgl.B.II.1.):

$$\sin\alpha \approx \frac{\lambda}{b}. \qquad (2)$$

Die Dopplerverschiebung des in dieser Richtung ausgesandten Lichtes beträgt

$$\delta\nu \approx \sin\alpha \cdot \frac{v}{c} \cdot \nu .$$

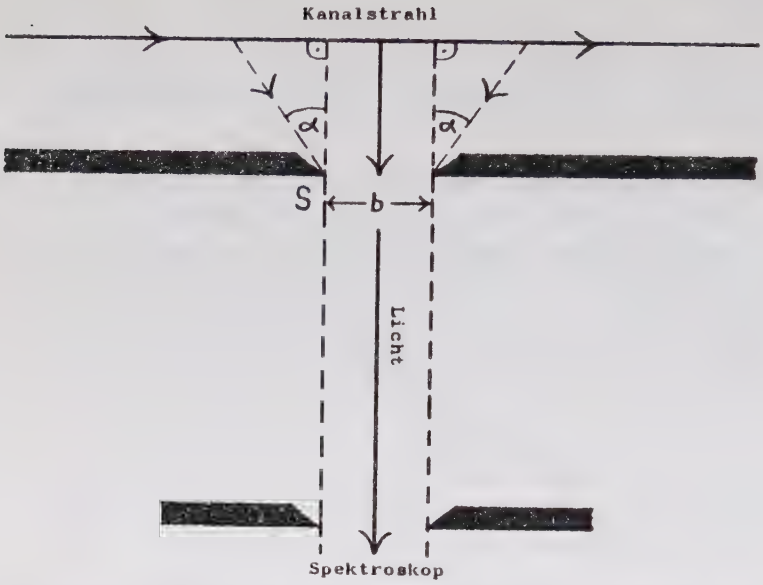


Abb. 6.1: Wegen der Beugung am Spalt S können auch Lichtquanten in das Spektroskop gelangen, deren Emissionsrichtung bis zu einem Winkel $\alpha \approx \lambda/b$ von der Senkrechten abweicht.

Mit (2) ergibt sich daraus:

$$\delta\nu \approx \frac{\lambda}{b} \cdot \frac{v}{c} \cdot \nu = \frac{\lambda \cdot \nu}{c} \cdot \frac{v}{b} .$$

Wegen $c = \lambda \cdot \nu$ erhalten wir somit für die Frequenzunbestimmtheit $\Delta\nu$ des im Spektroskop beobachteten Lichtes:

$$\Delta\nu \approx \delta\nu \approx \frac{v}{b}$$

in Übereinstimmung mit (1). Auch in diesem Experiment sind also die Wellentheorie und die Quantentheorie des Lichtes sowie die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation miteinander vereinbar.

C.III.2. Photonenkasten- Experiment

Unser zweites Beispiel eines Einsteinschen Gedankenexperimentes ist dem Aufsatz "Diskussion mit Einstein über erkenntnistheoretische Probleme in der Atomphysik" von Niels Bohr entnommen/142/.

Wegen der Impuls-Ort- und der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation schließen sich die exakte raumzeitliche Beschreibung eines Vorgangs

und die genaue Kontrolle der Energie- und Impulswerte gegenseitig aus; raumzeitliche Koordination und Energie-Impuls-Bestimmung stehen in einem "komplementären" Verhältnis zueinander (s.S. 169). Eine Kontrolle des Austauschs von Impuls und Energie zwischen den Objekten und den Meßgeräten ist ausgeschlossen, wenn diese Geräte ihren Zweck, den raumzeitlichen Rahmen der Phänomene zu bestimmen, erfüllen sollen.

Gegen diese von Bohr, Heisenberg u.a. vertretene Auffassung brachte Einstein auf der Solvay-Konferenz im Jahre 1930 das Argument vor, daß eine solche Kontrolle möglich wäre, wenn den Forderungen der Relativitätstheorie Rechnung getragen würde. Im besonderen dürfte es die allgemeine Beziehung zwischen Energie und Masse, ausgedrückt in Einsteins berühmter Formel

$$E = m \cdot c^2 \qquad (3)$$

gestatten, die Gesamtenergie eines Systems durch einfache Wägung zu messen und so im Prinzip die auf das System übertragene Energie zu kontrollieren, wenn es in Wechselwirkung mit einem atomaren Objekt steht.

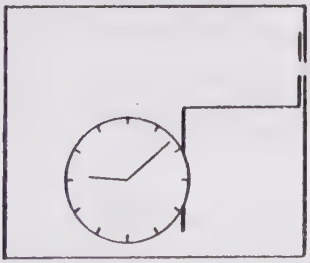


Abb. 65: Eine von Einstein zwecks Widerlegung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation erdachte Versuchsanordnung

Als eine zu diesem Zwecke geeignete Anordnung schlug Einstein den in Abb. 65 skizzierten Apparat vor. Er besteht aus einem Kasten mit einem Loch auf einer Seite, das durch einen Schieber geöffnet oder geschlossen werden kann, der mit Hilfe eines Uhrwerks im Innern des Kastens bewegt wird. Wenn der Kasten am Anfang Strahlung enthält, und die Uhr so eingestellt ist, daß

sich der Schieber zu einer gegebenen Zeit während eines sehr kurzen Intervalls öffnet, könnte man es erreichen, daß ein einzelnes Photon durch das Loch in einem Augenblick durchgelassen wird, der mit jeder gewünschten Genauigkeit bekannt ist. Weiterhin wäre es offenbar auch möglich, durch Wägen des Kastens vor und nach diesem Vorgang mittels der Einsteinschen Formel (3) die Energie des Photons mit jeder gewünschten Genauigkeit zu messen - in striktem Widerspruch zur Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation.

Auf diese ernste Herausforderung hin entwickelte sich eine dramatische Diskussion zwischen Einstein und Bohr, die sich schließlich auf die mögliche Verwendung eines Apparates konzentrierte, in den die von Einstein vorgeschlagene Anordnung eingebaut ist. Die Abbildung 66 zeigt eine von Bohr entwickelte, realistische Zeichnung eines solchen Apparates. Der Kasten, der im Querschnitt gezeichnet ist, um einen Einblick in einen Teil seines Innern zu gestatten, ist an einer Federwaage aufgehängt; mittels eines Zeigers kann die Lage des Kastens an

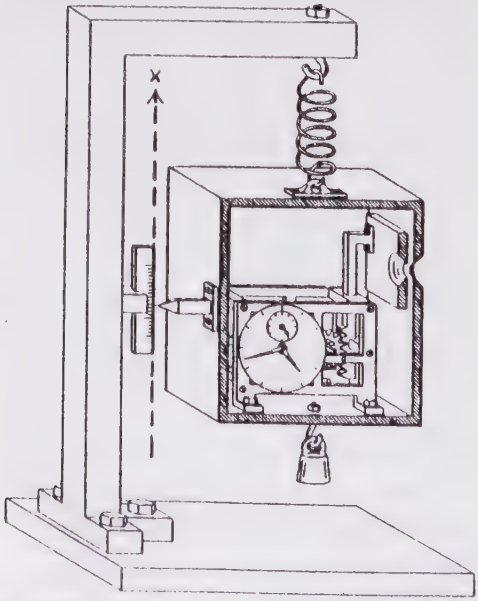


Abb. 66: Diese von Bohr entwickelte realistische Zeichnung zeigt einen Apparat, in den die von Einstein vorgeschlagene Anordnung der Abb. 65 eingebaut ist.

einer am Waagestativ befestigten Skala abgelesen werden. Die Masse des Kastens läßt sich also prinzipiell mit jeder beliebigen Genauigkeit Δm bestimmen, wenn man nur die Lage des Kastens genau genug mißt.

Wesentlich dabei ist nun, daß jede Bestimmung der Lage mit einer gegebenen Genauigkeit Δx eine Unbestimmtheit Δp in der Kontrolle des Kastenimpulses zur Folge hat, die mit Δx durch die Beziehung

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx h \qquad (4)$$

verknüpft ist.

Die Versuchsanordnung der Abb. 66 kann als ein harmonischer Oszillator aufgefaßt werden, dessen Nullage sich zum Zeitpunkt $t = 0$, wo ein Photon der Masse m den Kasten verlassen soll, um die Strecke $\frac{m \cdot g}{D}$ nach oben verschiebt. g bedeutet dabei die Schwerebeschleunigung und D die Federkonstante. Da der Kasten sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in Ruhe befinden soll, gilt für seine Position in x-Richtung:

$$x(t) = -\frac{m \cdot g}{D} \cos \omega t \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{M}},$$

wobei M die Masse des Kastens ist. Für den Kastenimpuls erhalten wir: $p(t) = M \cdot \dot{x}(t) = M \cdot \frac{m \cdot g}{D} \omega \sin \omega t$

$$\Longrightarrow \quad p = \frac{m \cdot g}{\omega} \sin \omega t$$

wegen $\sin \omega t \leq \omega t$ für $t \geq 0$ ergibt sich daraus:

$$p \leq m \cdot g \cdot t$$

Da die Masse m des Photons mit der Unbestimmtheit Δm der Wägung behaftet ist, erhalten wir somit für die Impulsunbestimmtheit Δp des Kastens die Beziehung:

$$\Delta p \leq \Delta m \cdot g \cdot t \qquad (5)$$

Nach der allgemeinen Relativitätstheorie ändert eine Uhr, die in der Richtung der Schwerkraft um die Strecke s verschoben wird, ihren Gang in der Weise, daß ihre Zeitangabe gegenüber

einer unverschobenen Uhr während des Zeitintervalls t um den Betrag

$$\delta t = \frac{g \cdot s}{c^2} \cdot t \qquad (6)$$

abweicht. Diese Abweichung in der Zeitangabe läßt sich folgendermaßen erklären: Läuft ein Photon mit der Masse m und der Frequenz ν vom Ort A die Strecke s zum Ort B, und zwar gegen ein Gravitationsfeld g, so verringert sich die Energie $h\nu$ des Photons um den Betrag $m \cdot g \cdot s$. Seine Frequenz ν wird also um einen Betrag $\delta\nu$ kleiner:

$$h \cdot \delta\nu = m \cdot g \cdot s$$

wegen $E = h\nu = mc^2$ folgt daraus:

$$h \cdot \delta\nu = \frac{h\nu}{c^2} \cdot g \cdot s$$

$$\Longrightarrow \qquad \delta\nu = \frac{g \cdot s}{c^2} \cdot \nu$$

Wir wollen nun annehmen, daß sich in A und B zwei gleichartige Uhren befinden; ein Beobachter in A möchte einem Beobachter in B die Schlagfrequenz seiner Uhr mitteilen, indem er von A nach B Photonen schickt, deren Frequenz ν mit der Schlagfrequenz seiner Uhr übereinstimmt. Der Beobachter in B wird aber wegen der Frequenzabnahme $\delta\nu$ behaupten, die Uhr in A gehe langsamer als seine eigene Uhr, und zwar während der Zeitspanne t um den Betrag

$$\delta t = \frac{g \cdot s}{c^2} \cdot t. \qquad (6)$$

Wenn nun umgekehrt der Beobachter in B - nicht gegen das Gravitationsfeld, sondern mit dem Feld - Photonen nach A sendet, dann wird der Beobachter in A wegen der Frequenzzunahme $\delta\nu$ zu dem Schluß kommen, daß die Uhr in B schneller als seine eigene geht. Beide Beobachter sagen also dasselbe: Die Uhr in B - am Orte höheren Potentials - geht schneller als die in A. (Bzgl.näherer Erläuterungen siehe z.B./143/ oder /144/).

Da die Lage des Kastens in Richtung des Gravitationsfeldes mit der Unbestimmtheit Δx behaftet ist, läßt sich nach dem Wagevorgang nicht genau festlegen, wann das Photon den Kasten

verlassen hat; wegen (6) erhalten wir die Zeitunbestimmtheit

$$\Delta t = \frac{g \cdot \Delta x}{c^2} \cdot t \,, \qquad (7)$$

wobei t das gesamte Zeitintervall bezeichnet, das von dem Wägeverfahren in Anspruch genommen wird.
Ersetzen wir nun in der Beziehung (5) die Impulsunbestimmtheit Δp mittels (4) und das Zeitintervall t mittels (7), so erhalten wir:

$$\frac{h}{\Delta x} \leq \Delta m \cdot g \cdot \frac{c^2 \cdot \Delta t}{g \cdot \Delta x}$$

$$\Longrightarrow \quad h \leq \Delta m \cdot c^2 \cdot \Delta t \qquad (8)$$

Wegen $E = m \cdot c^2$ ist $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$, und aus der Beziehung (8) wird damit

$$\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq h}$$

in Übereinstimmung mit der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation. Demzufolge wird uns der Gebrauch des Apparates als Mittel zur genauen Messung der Photonenenergie daran hindern, den genauen Zeitpunkt des Entweichens des Photons zu bestimmen.

Die Diskussion der beiden Einsteinschen Gedankenexperimente macht wiederum deutlich, daß es in der Quantenphysik nicht sinnvoll ist, einem Objekt eine physikalische Größe unabhängig von einem entsprechenden Meßprozeß zuzuschreiben (s.S. 74f). Im Rahmen der Quantenphysik ist es von entscheidender Bedeutung, was gemessen und wie gemessen wird (vgl. die verschiedenen Orts- und Impulsmessungen im Kapitel B.II.).

D. Rückblick

In den Teilen B und C wurden im Rahmen verschiedener quantenphysikalischer Themen und anhand zahlreicher Beispiele die Unbestimmtheitsrelationen eingeführt, gedeutet und angewendet.

Im Kapitel B.I. über "Wellenpakete" haben wir gesehen, daß sich die Korpuskel- und die Welleneigenschaften der Mikroteilchen durchaus miteinander in Einklang bringen lassen, wenn wir akzeptieren, daß Ort und Impuls von Mikroteilchen nicht gleichzeitig beliebig scharf bestimmt werden können, daß vielmehr Ort und Impuls entsprechend der Relation $\Delta p \cdot \Delta x \approx h$ "unbestimmt" sind. Unbestimmtheit bedeutet dabei aber nicht Unkenntnis eines scharf definierten Ortes und Impulses, sondern die Unbestimmtheiten Δx und Δp sollen zum Ausdruck bringen, daß man Mikroteilchen einen Ort und einen Impuls im klassichen Sinne gar nicht zuschreiben kann. Die Anwendbarkeit der Begriffe Ort und Impuls auf die Gegenstände der Natur wird also durch die Unbestimmtheitsrelation quantitativ begrenzt.

Im Kapitel B.II. wurde dann vertiefend anhand von Beispielen gezeigt, daß sich Ort und Impuls eines Teilchens gleichzeitig auch gar nicht schärfer experimentell bestimmen lassen, als es gemäß der Unbestimmtheitsrelation möglich ist. Diese Beschränkung ist aber nicht auf Ablese- oder Instrumentenfehler zurückzuführen, sondern darauf, daß prinzipiell jede Messung das Meßobjekt in einer nicht vollständig kontrollierbaren Weise beeinflußt (s.S. 68).

Im Kapitel B.III. konnte anschließend geklärt werden, warum beim Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen die Interferenzstreifen immer dann verschwinden, wenn wir experimentell bestimmen, durch welchen Spalt die Elektronen gehen (und "experimentell bestimmen" bedeutet: wir, die Beobachter, machen

es durch unseren aktiven experimentellen Eingriff "bestimmt", daß ein Elektron entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 geht, s.S. 74f). Weiterhin trat der enge Zusammenhang zwischen Interferenz und Ununterscheidbarkeit deutlich hervor (s.S. 83), wobei sich uns sogar die Möglichkeit eröffnete, mit sehr geringem mathematischen Aufwand die Energieniveaus des Teilchens im Kasten, des harmonischen Oszillators und des Wasserstoffatoms zu berechnen.

Als Folgerung aus der Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation ergab sich im Kapitel B.IV., daß zum Einengen des Aufenthaltsbereiches von Teilchen "Lokalisationsenergie" erforderlich ist, und zwar um so mehr Energie, je schärfer das Teilchen lokalisiert werden soll. Damit ließen sich Fragen nach dem Grundzustand und der "Nullpunktsenergie" quantenphysikalischer Systeme beantworten, es konnten Probleme der chemischen Bindung besprochen werden, und auch die Frage, ob es im Atomkern "eingesperrte" Elektronen geben kann, fand hier ihre Antwort.

Im Kapitel B.V. wurde der Zusammenhang zwischen klassischer Mechanik und Quantenphysik untersucht, wobei ein einfaches Kriterium dafür entwickelt wurde, wann das Bewegungsverhalten von Teilchen in guter Näherung mit den Begriffen der klassischen Mechanik beschrieben werden kann.

Die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ wurde im Kapitel C.I. im Rahmen einer Diskussion des Stern-Gerlach-Versuches eingeführt und gedeutet und anschließend auf Wellenpakete und angeregte Atomzustände angewendet. Dabei zeigte sich, daß die "Zeitunbestimmtheit" Δt die Bedeutung einer Meß- bzw. Wechselwirkungsdauer hat. Die Energie eines physikalischen Objektes kann somit nicht in beliebig kurzer Zeit und zugleich beliebig genau gemessen werden (s.S. 133).

Im Anschluß daran haben wir im Kapitel C.II. mit Hilfe der gedanklichen Vorstellung von unbeobachtbaren (oder virtuellen) Zwischenzuständen Erklärungen und Vorhersagen bzgl. des Tunneleffektes, der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Photonen sowie der Reichweite von Wechselwirkungen erarbeitet. Dabei

ließ sich auch verdeutlichen, daß die Zeit - verstanden als eine aus der Vergangenheit heraus irreversibel in die Zukunft gerichtete Ordnung der Ereignisse - uns erst aus unseren Beobachtungen erwächst, die ja stets mit einer nicht vollständig kontrollierbaren und somit irreversiblen Beeinflussung des jeweiligen Beobachtungsobjektes verbunden sind (s.S. 150).

Im Kapitel C.III. schließlich wurden zwei Gedankenexperimente diskutiert, mit denen Einstein den Nachweis erbringen wollte, daß die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie zu Widersprüchen führe, und daß insbesondere der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation keine allgemeine Gültigkeit zukomme. Bohr, Heisenberg u.a. konnten jedoch anhand von Meßanordnungen Einsteins Argumentation widerlegen. Beim Nachvollziehen der Gedankengänge von Einstein sowie jener von Bohr und Heisenberg wurde wiederum deutlich, daß in der Quantenphysik einem Objekt eine physikalische Größe nur im Zusammenhang mit einem entsprechenden Meßprozeß (und d.h. einem experimentellen Eingriff!) sinnvoll zugeordnet werden kann.

D.I. Unbestimmtheit und Komplementarität

Unseren Überlegungen in den Teilen B und C lag immer wieder das seltsame Zusammenspiel der Korpuskel- und der Welleneigenschaften von Mikroteilchen zugrunde. Einerseits gibt es Phänomene, die auf Korpuskeleigenschaften von Mikroteilchen hinweisen (z.B. das "Knacken" eines Zählrohres, die Lichtblitze auf einem Szintillationsschirm oder die Spuren in einer Nebelkammer, vgl. auch S. 15, Tab. 2) andererseits zeigen uns die Stabilität der Atome (die man ja am besten auf die Weise erklären kann, daß die Elektronen den Kern als "stehende Wellen" umgeben) und vor allem die Beugungs- und Interferenzversuche, daß Mikroteilchen mit Welleneigenschaften behaftet sind.
Obwohl sich die Korpuskel- und die Welleneigenschaften scheinbar gegenseitig ausschließen, so hat es doch an keiner Stelle in unseren Überlegungen logische Widersprüche gegeben, weil wir

grundsätzlich die Unbestimmtheitsrelationen berücksichtigt haben. Als Beispiel sei hier nochmals an die Diskussion des Doppelspaltinterferenzversuches mit Elektronen im Kapitel B.III. erinnert:

Stellt man die Frage, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, dann bezieht sich diese Fragestellung nur auf die Korpuskeleigenschaften der Elektronen, während ihre Welleneigenschaften unberücksichtigt bleiben. (Denn bei einer im Raum ausgedehnten Welle ist die Frage sicher nicht sinnvoll, durch welchen der beiden Spalte sie gegangen sei; eine Welle kann durch beide Spalte gehen.) Entsprechend rückt nun aber auch die experimentelle Antwort auf die Frage, durch welchen Spalt die Elektronen gehen, nur die Korpuskeleigenschaften in den Vordergrund, während die Welleneigenschaften ganz in den Hintergrund treten: sobald wir, die Beobachter, es durch einen aktiven, experimentellen Eingriff bestimmen (besser: bestimmt machen), durch welchen Spalt die Elektronen gehen, verschwinden im Einklang mit den Unbestimmtheitsrelationen die Interferenzstreifen, die in diesem Versuch die Welleneigenschaften der Elektronen zum Ausdruck bringen. Auf dem Schirm wird nun eine Auftreffwahrscheinlichkeitsverteilung beobachtet, die man bei Korpuskeln erwarten würde (s.B.III.1.).

In der Quantenphysik sind die Begriffe "Korpuskel" und "Welle" durch „unsere Anschauungsformen geforderte Deutungen eines nicht mehr unmittelbar anschaubaren Geschehens." /145/ - und die Unbestimmtheitsrelationen sorgen dafür, daß die Korpuskel- und die Welleneigenschaften der Mikroteilchen nicht miteinander in Konflikt geraten können; sie ermöglichen damit eine widerspruchsfreie Beschreibung quantenphysikalischer Experimente. So ist es nicht verwunderlich, daß die im Jahre 1926 scheinbar noch unüberwindlichen Schwierigkeiten bei der Deutung der Quantentheorie im wesentlichen durch Heisenbergs "Entdeckung" der Unbestimmtheitsrelationen beseitigt wurden (s.S. 6).
Als eine sehr bedeutende Ergänzung und Erweiterung der Arbeiten von Heisenberg muß in diesem Zusammenhang jedoch auch Bohrs Begriff der "Komplementarität" berücksichtigt werden.

Während Heisenberg im Februar des Jahres 1927 in Kopenhagen seine Unbestimmtheitsrelationen aufstellte, verbrachte Bohr zur gleichen Zeit einen Skiurlaub in Norwegen und bemühte sich dort ebenfalls um eine Lösung der damaligen Probleme der Quantentheorie. Heisenberg berichtet über die Rückkehr Bohrs nach Kopenhagen:

„Es gab dann noch einmal schwierige Diskussionen, als Niels Bohr von seinem Skiurlaub aus Norwegen zurückkam. Denn auch Bohr hatte seine eigenen Gedanken weiter verfolgt und wie in unseren Gesprächen versucht, den Dualismus zwischen Wellenbild und Teilchenbild zur Grundlage der Deutung zu machen. Im Mitelpunkt seiner Überlegungen stand der von ihm nun neu geprägte Begriff der Komplementarität, der eine Situation beschreiben sollte, in der wir ein und dasselbe Geschehen mit zwei verschiedenen Betrachtungsweisen erfassen können. Diese beiden Betrachtungsweisen schließen sich zwar gegenseitig aus, aber sie ergänzen sich auch, und erst durch das Nebeneinander der beiden widersprechenden Betrachtungsweisen wird der anschauliche Gehalt des Phänomens voll ausgeschöpft. Bohr hatte am Anfang einige Vorbehalte gegen die Unbestimmtheitsrelationen, die er wohl als einen zu speziellen Sonderfall der allgemeinen Situation der Komplementarität empfand. Aber wir erkannten doch bald - hilfreich unterstützt durch den schwedischen Physiker Oskar Klein, der damals auch in Kopenhagen arbeitete -, daß es keinen ernsthaften Unterschied zwischen den beiden Deutungen mehr gäbe, daß es also nur noch darauf ankäme, den voll verstandenen Sachverhalt so darzustellen, daß er trotz seiner Neuartigkeit auch der physikalischen Öffentlichkeit verständlich würde." /146/

Die Begriffe "Korpuskel" und "Welle" z.B. sind im Bohrschen Sinne komplementär, weil eine bestimmte Sache nicht gleichzeitig ein Korpuskel (d.h. Substanz, die auf ein kleines Volumen beschränkt ist) und eine Welle (d.h. ein Feld, das über einen großen Raum ausgebreitet ist) sein kann. „Aber die beiden Bilder ergänzen sich; wenn man mit beiden Bildern

spielt, indem man von einem Bild zum anderen übergeht und wieder zurück, so erhält man schließlich den richtigen Eindruck von der merwürdigen Art von Realität, die hinter unseren Atomexperimenten steckt. Bohr gebraucht den Begriff, 'Komplementarität' in der Deutung der Quantentheorie an verschiedenen Stellen. Die Kenntnis des Ortes eines Teilchens ist komplementär zu der Kenntnis"... seines Impulses..."Wenn wir die eine Größe mit großer Genauigkeit kennen, können wir die andere nicht mit hoher Genauigkeit bestimmen, ohne die erste Kenntnis wieder zu verlieren." /147/ In der gleichen Weise sind die Kenntnis der Energie eines Teilchens und seine zeitliche Kontrolle komplementär. Da Ort und Zeit jeweils komplementär zu Impuls und Energie sind, ist weiterhin die kinematische Beschreibung des Verhaltens von Mikroteilchen komplementär zur Kontrolle der Erhaltungssätze für Impuls und Energie.

Das Bewegungsverhalten von Mikroteilchen läßt sich wegen der Unbestimmtheitsrelationen nur statistisch vorhersagen, denn wenn schon die Gegenwart nicht genau bestimmt werden kann, dann lassen sich auch die zukünftigen Ereignisse nicht exakt vorhersagen, sondern nur als mehr oder weniger wahrscheinlich bezeichnen (s.S. 152). Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten können jedoch in einem Vektorraum, dem sogenannten Hilbertraum, streng deterministisch berechnet werden.

Die Berechnung einer Wahrscheinlichkeitsfunktion liefert aber noch „keine raum-zeitliche Beschreibung des Systems. Durch die Beobachtung andererseits wird eine raum-zeitliche Beschreibung erzwungen. Aber sie unterbricht den durch die Rechnung bestimmten Ablauf der Wahrscheinlichkeitsfunktion, indem sie unsere Kenntnis des Systems ändert." /148/ Die statistische Beschreibung in Raum und Zeit ist also komplementär zur deterministischen Beschreibung im Hilbertraum.

In Tab. 8 sind alle genannten Komplementaritätsverhältnisse noch einmal stichwortartig aufgeführt. Dabei ist auch die Vermittlerrolle der Unbestimmtheitsrelationen graphisch be-

Korpuskel	UNBESTIMMTHEITSRELATIONEN	Welle
Ort		Impuls
Zeit		Energie
kinematische Beschreibung		dynamische Erhaltungssätze
statistische Beschreibung in Raum und Zeit		deterministische Beschreibung im Hilbertraum

Tab. 8: Komplementaritätsverhältnisse

rücksichtigt worden: diese vermitteln nämlich zwischen den komplementären Begriffen, die sich ja gegenseitig nicht nur ergänzen, sondern auch ausschließen - aber ohne daß dies zu Widersprüchen führt, weil eben die Unbestimmtheitsrelationen die Anwendbarkeit der Begriffe entsprechend der jeweiligen experimentellen Situation begrenzen.

Die "Komplementarität" gehört also - wie die "Unbestimmtheit" - zu den konstitutiven Begriffen der Quantentheorie und läßt sich zusammenfassend etwa folgendermaßen kennzeichnen: Verschiedene, auf ein und dasselbe Objekt bezogene Begriffe werden als komplementär bezeichnet, wenn sie zwar nicht zu einem einheitlichen Bild des Objektes zusammengefaßt werden können, aber doch jeder für sich wesentliche Seiten der Gesamtheit aller Erfahrungen über das Objekt ausdrückt /149/. "Komplementarität" bedeutet somit „nicht nur ein Ausschließen von zweierlei, das nicht zugleich stattfinden kann, sondern ebensosehr und mehr noch die Einheit, die Zusammengehörigkeit von beiden. Man versteht nicht, was Komplementarität ist, wenn man nicht auch die darin ausgedrückte Einheit in den Blick nimmt." /150/

Der für die Quantentheorie konstitutive Komplementaritätsbegriff erschließt aber nicht nur einen neuen Horizont physikalischer Erkenntnis, der weit über den engen Rahmen der klassischen Physik hinausgeht, sondern er weist auch in andere Wissenschaften wie die Biologie, Psychologie und Soziologie hinein. Besonders deutlich zeigen dies viele Äußerungen Bohrs, von denen hier, zum Abschluß unserer Betrachtungen über den Komplementaritätsbegriff, einige wiedergegeben werden sollen.

1) Über lebende Organismen und deren physikalisch-chemische Beschreibung:

„In diesem Zusammenhang müssen wir vor allem bedenken, daß jede vorstellbare Versuchsanordnung, mit der wir das Verhalten der den Organismus ausmachenden Atome in einem Umfang untersuchen könnten, wie wir es in der Atomphysik vermittels grundlegender Experimente an einzelnen Atomen tun können, die Möglichkeit ausschließt, den Organismus am Leben zu erhalten. Der unaufhörliche, unlöslich mit dem Leben verbundene Stoffwechsel macht es sogar unmöglich, einen Organismus als wohldefiniertes System materieller Teilchen zu betrachten, das jenen Systemen entspricht, die für die Erklärung der gewohnten physikalischen und chemischen Eigenschaften der Materie in Frage kommen. In der Tat liegt es nahe, die spezifisch biologischen Gesetzmäßigkeiten als Naturgesetze zu betrachten, komplementär zu jenen, die für eine Beschreibung der Eigenschaften unbelebter Körper geeignet sind, ganz in Analogie zu der komplementären Beziehung zwischen den Stabilitätseigenschaften der Atome und solchen Phänomenen, für deren Beschreibung eine raumzeitliche Koordinierung der einzelnen atomaren Teilchen in Betracht kommt. In diesem Sinne dürfte die Existenz des Lebens sowohl bezüglich Definition als Beobachtung in der Biologie als eine gegebene Voraussetzung, die nicht weiter begründet werden kann, angesehen werden, in gleicher Weise wie die Existenz des Wirkungsquantums zusammen mit der atomistischen Struktur der Materie die elementare Grundlage der Atomphysik bildet." /151/

2) Über Gedanken und Gefühle:

„Wir kennen alle den alten Ausspruch der Weisen, daß wir, wenn wir unsere eigenen Gefühle zu analysieren versuchen, die Gefühle kaum mehr besitzen. In diesem Sinne finden wir zwischen psychischen Erfahrungen, zu deren Beschreibung Worte wie 'Gedanken' und 'Gefühle' geeignet sind, eine ähnliche komplementäre Verwandtschaft wie zwischen den Erfahrungen über das Verhalten der Atome, die unter verschiedenartigen Versuchsbedingungen gewonnen und daher mit Hilfe verschiedenartiger, unserem alltäglichen Vorstellungskreise entnommener Analogien beschrieben werden." /152/

3) Über Vernunft und Instinkt:

„Was das Verhältnis von Vernunft zu Instinkt betrifft, so müssen wir uns vor allem klarmachen, daß menschliches Denken im eigentlichen Sinne unvorstellbar ist ohne Anwendung eines Begriffsgebäudes, das auf einer Sprache beruht, die jede Generation wieder neu erlernen muß. Diese Anwendung von Begriffen unterdrückt jedoch nicht nur weitgehend rein instinktives Leben, sondern steht sogar in einem ausgesprochen komplementären Verhältnis zur Entfaltung ererbter Instinkte." /153/

4) Über Ernst und Scherz:

„Das für jede künstlerische Äußerung charakteristische Gleichgewicht zwischen Ernst und Scherz erinnert uns an komplementäre Züge, die uns beim Spiel von Kindern ins Auge fallen und im reifen Alter nicht weniger geschätzt werden. Würden wir uns bemühen, immer ganz ernsthaft zu reden, liefen wir Gefahr, recht bald unseren Zuhörern und uns selbst unausstehlich zu erscheinen; versuchen wir aber die ganze Zeit zu scherzen, so bringen wir uns selbst und unsere Zuhörer in die verzweifelte Stimmung der Narren in Shakespeares Dramen." /154/

5) Über das Verhältnis des Individuums zur Gesellschaft:

„Was die Organisation menschlicher Gesellschaften angeht, können wir besonders unterstreichen, daß die Beschreibung der Stellung des Individuums innerhalb seiner Gemeinschaft typisch komplementäre Seiten aufweist, die der wechselnden Abgrenzung zwischen Einschätzung von Werten und dem Hintergrund, von dem aus sie beurteilt werden, entsprechen. Gewiß verlangt jede gefestigte menschliche Gesellschaft ehrliches Spiel, ausgedrückt in Gesetzesvorschriften. Gleichzeitig aber würde ein Leben ohne Bindung an Verwandte und Freunde einiger seiner kostbarsten Werte beraubt sein. Wenn auch die engstmögliche Verbindung von Gerechtigkeit und Nächstenliebe ein allen Kulturen gemeinsames Ziel darstellt, muß doch erkannt werden, daß jeglicher Fall, der die strikte Anwendung des Gesetzes verlangt, keinen Raum für die Entfaltung der Nächstenliebe läßt, und daß umgekehrt Wohlwollen und Mitleid allen Vorstellungen von Gerechtigkeit widersprechen können." /155/

D.II. Die Vorlesung "Quanten" im SS 1978 an der PH Ruhr

An der PH Ruhr in Dortmund erhalten die Studenten im Fach "Physik und ihre Didaktik" ihre Ausbildung in Form einer "Konzeptuellen Darstellung der Physik" (s.S. 10). Die konzeptuelle Grundausstattung wird vermittelt im Rahmen der vier einsemestrigen Veranstaltungen "Teilchen", "Felder", "Wellen" und"Quanten", zu denen als Erweiterung und schulbezogene Anwendung die um jeweils ein Semester zeitlich verschobenen "Vorgänge" hinzukommen:

1) Teilchen - Bewegungsvorgänge

2) Felder - Strömungsvorgänge

3) Wellen - optische Vorgänge

4) Quanten - thermische und atomistische Vorgänge

Im Sommersemester 1978 habe ich auf der Grundlage der in dieser Arbeit entwickelten und begründeten Vorgehensweise die zweistündige Vorlesung "Quanten" gehalten. Trotz der teilweise berechtigten Kritik an der Institution "Vorlesung" halten wir an dieser Einrichtung fest. Wir haben dazu folgende Gründe /156/:

- Grundkenntnisse und konzeptuelle Zusammenhänge, wie wir sie vermitteln wollen, findet man in der von uns für besonders geeignet gehaltenen Strukturierung und auf dem für SI-Lehrer geeigneten Niveau noch nicht in Büchern. Sie lassen sich aber in einer Vorlesung gut demonstrieren.

- Zur Überblicksgewinnung und als Orientierungshilfe ist die Vorlesung mit ihrem systematischen Aufbau gut geeignet.

- Durch Demonstration einer Fülle von Phänomenen kann man auch in einer Vorlesung Begriffe und Modelle verständlich machen.

- Physikalische Denk- und Argumentationsweisen lassen sich durch plastische und durchsichtige Darstellung in engem intellektuellem Kontakt mit den Studenten auch in einer Vorlesung gut einsichtig machen.

- Enthusiasmus, Engagement und Begeisterung für den zu vermittelnden Gegenstand können auch in einer Vorlesung vom Lehrenden auf die Studenten übertragen werden und die Studenten zu selbständiger Beschäftigung mit dem Gegenstand ermuntern.

Was hier als in einer Vorlesung erreichbar aufgeführt worden ist, gelingt uns bisweilen nur unvollständig. Die Effektivität der Vorlesung läßt sich aber durch die folgenden flankierenden Maßnahmen (s. Tab. 9) entscheidend verbessern /156/:

1.) Mathematische Grundlagen werden eine Stunde vor der Vorlesung in einer Sonderveranstaltung verfügbar gemacht bzw. ins Gedächtnis zurückgerufen (ad-hoc-Mathematik).

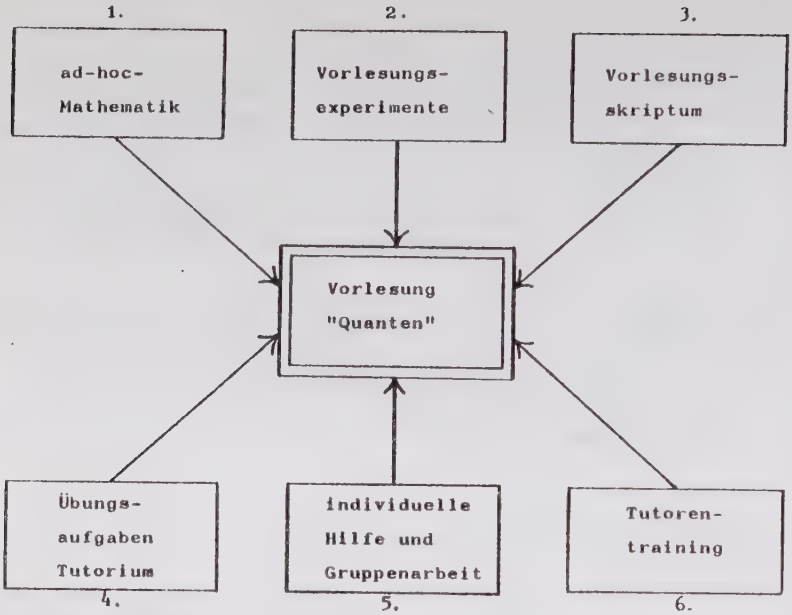
2.) Die Vorlesungsexperimente werden von den Studenten selbst vorbereitet, ihre Dramaturgie wird vorher geübt, und die Studenten präsentieren sie als "ihre" Experimente.

3.) Mitschreiben ist nicht erforderlich, denn nach jeder wöchentlichen Vorlesung wird ein Skriptum an die Studenten ausgegeben. Die Studenten schreiben während der Vorlesung nur Fragen, Zweifel, Unklarheiten, eigene Ideen, Assoziationen etc. auf.

4.) Die Übungen zur Vorlesung werden von studentischen Tutoren geleitet, um die Studenten zu möglichst ungehemmter Mitarbeit zu veranlassen. Jeder Tutor betreut eine Gruppe von ca. 12-16 Studenten. Die wöchentlich gestellten Übungsaufgaben werden nach Lösungen und Lösungswegen diskutiert und an der Tafel präsentiert. Das freie Sprechen und das Darstellen zusammenhängender Gedankengänge werden hier geübt.

5.) Die Lösung der Übungsaufgaben erfolgt zuvor in individueller Arbeit oder in Kleingruppen. Für die Überwindung von Schwierigkeiten stehen die Tutoren und ein Assistent zur Konsultation zur Verfügung.

6.) Im Tutorentraining wird darauf hingearbeitet, daß die Tutoren neben dem Erwerb der notwendigen fachlichen Kompetenz auch lernen, den Studenten Wertschätzung entgegenzubringen und ihr Vertrauen zu gewinnen. Genauso sollten auch die Lehrerstudenten später ihren Schülern Wertschätzung entgegenbringen und ihr Vertrauen gewinnen, ihre Schüler nicht indoktrinieren, sondern sich mit der geistigen Struktur der Schüler auseinandersetzen und ihnen bei der geistigen Entwicklung optimale Hilfe leisten. (Vgl. S. 9 u. S. 127).



Tab. 9: Flankierende Maßnahmen zur Vorlesung

Eine Übersicht über die in der Vorlesung "Quanten" im SS 1978 behandelten Themen vermittelt Tab. 10.

I	Elementare Versuche zur Atomphysik
II	Korpuskel und Welleneigenschaften
III	Wellenpakete (entspr.Kap.B.I.)
IV	Orts- und Impulsmessungen (entspr.Kap.B.II.)
V	Ununterscheidbarkeit (entspr.Kap.B.III.)
VI	Lokalisationsenergie (entspr.Kap.B.IV.)
VII	Unbestimmtheit und Komplementarität (entspr.Kap.D.I.)

Tab. 10: Themen der Vorlesung "Quanten" im SS 1978

Zum Thema I wurde eine Fülle von einfachen Experimenten behandelt, die Hinweise auf Existenz, Eigenschaften und Aufbau von Atomen und Molekülen enthalten (s.Tab.11). Um zu zeigen, daß diese Experimente auch für den Unterricht auf der Sekundarstufe I geeignet sind, wurden dabei bewußt elementare, an alltäglichen Phänomenen orientierte, schülergemäße Fragestellungen verfolgt. (vgl. S. 14 f u. S. 127)

Die Bedeutsamkeit auch der übrigen Vorlesungsinhalte für die künftige Lehrtätigkeit der Studenten ließ sich dadurch unterstreichen, daß die elementaren Schulversuche nicht in ein oder zwei Anfangsvorlesungen abgehandelt wurden, sondern über das ganze Semester verteilt und mit den übrigen Vorlesungsinhalten eng verzahnt waren.(Das brachte ein abwechslungsreiches Programm mit sich und trug so auch zur Vermeidung von Langeweile bei.)

- Chemische Reaktionen
- Verdunsten von Flüssigkeiten
- Auflösen von Kristallen in Wasser
- Brownsche Bewegung
- Ölfleckversuch
- Volumenschwund beim Mischen von Wasser und Methanol
- Aggregatzustandsänderungen
- Flüssigkeiten sieden unter vermindertem Druck bei Zimmertemperatur
- Versuche zur Oberflächenspannung
- Kapillarität
- Experimente zum Luftdruck
- Experimente zu den Gasgesetzen $p \sim T$ und $p \cdot V = \text{const}$
- Malaiische Feuerpumpe (adiabatische Kompression)
- Analogieversuche zur kinetischen Gastheorie
- Wasserstoffdiffusion durch einen porösen Tonzylinder
- Feldemissionsmikroskop
- Versuche mit Elektronenröhren
- Versuche zur Radioaktivität (Spinthariskop, Zählrohr, Nebelkammer)
- Modellversuch zum Rutherford-Streuexperiment
- Zünden eines Lichtbogens mit einer Flamme, Gasentladungen
- Spektren (Emission und Absorption)
- Elektrolyse, Galvanische Elemente

Tab. 11: Elementare Versuche zur Atomphysik

Zum Thema II wurden verschiedene Experimente (s.Tab.12) im Realversuch oder im Film gezeigt, die auf Korpuskel- oder auf Welleneigenschaften von Licht und Elektronen hinweisen (s.S. 15f).

Inhalte und Vorgehensweise bei den übrigen Themen III bis VII (s.Tab. 10) gehen aus den entsprechenden Kapiteln dieser Arbeit hervor.

Licht	
Welleneigenschaften	**Korpuskeleigenschaften**
Brechung	Taylor-Experiment
Beugung	Photoeffekt
Interferenz	Comptoneffekt

Elektronen	
Korpuskeleigenschaften	**Welleneigenschaften**
Fadenstrahlrohr	Elektronenbeugungsröhre
Millikanversuch	Möllenstedt-Versuch
Zählrohr	Doppelspaltversuch

Tab. 12: Experimente, die auf Korpuskel- oder Welleneigenschaften von Licht und Elektronen hinweisen

Eine sehr wichtige Rolle für das Verständnis der Vorlesungsinhalte spielen bei uns die zugehörigen Übungsaufgaben (s.S.175). Die Übungen „sind in dem Sinne wichtiger als die Vorlesungen, als letztere für die meisten Studenten die bequemste, keineswegs aber für alle die effektivste Weise der Informationsaufnahme sind. Nun bemühen wir uns auch in der Vorlesung, nicht nur 'Stoff', also neue Begriffe und Fakten vorzutragen; vielmehr legen wir auch hier den größten Wert auf die Darstellung von Zusammenhängen und Strukturen. Aber geistiges Eigentum wird erst im aktiven Umgang, im Argumentieren, Widerlegen, Anwenden, Fehlermachen, Spekulieren, Problemlösen usw. erworben. Und dazu versuchen wir speziell in unseren Übungen anzuregen." /157/

"Übung nach einer Vorlesung" bedeutet gewöhnlich: zuviel Erstmaligkeit, zuwenig Bestätigung (s.S. 11). Dem wird bei uns durch eine "Staffelung" begegnet: den eigentlichen Übungsaufgaben ("Problemaufgaben"), wie sie im Anschluß an Vorlesungen sonst üblich sind, werden verschieden struktuierte Verständnisfragen vorgeschaltet. Diese vorgeschalteten Fragen aktivieren, klären, ordnen und vermehren das Vorwissen der Studenten derart, daß schließlich

1.) die Problemaufgaben mehr Bestätigung und weniger Erstmaligkeit enthalten, und daß
2.) der Prozeß des Aufgabenlösens über einen vielfachen Wechsel zwischen verschiedenen Ebenen (s.S. 11) verläuft. /157/

Diese Doppelstrategie ermöglicht es dann, im Bereich des humanoptimalen Lernens auch das Vorstellungsvermögen zu fördern (s.S. 12). /30/

„Gleichzeitig wird außerdem die psychologische Erkenntnis berücksichtigt, daß verschiedene Menschen auf verschiedenen 'Kanälen' am besten 'erreicht' werden können:
während der eine vielleicht auf formal-rechnerischem Weg am leichtesten Zugang zu einem Problem findet, mag es für einen anderen günstiger sein, sich zunächst eine möglichst anschauliche Vorstellung vom Problem zu verschaffen; ein dritter dagegen findet sich am einfachsten zurecht, wenn er das gestellte Problem anfangs auf der sprachlichen Ebene angeht, indem er es in 'seine' Sprache umformuliert." /157/
Indem durch die vorgeschalteten,verschieden strukturierten Verständnisfragen (Teil 1 bis 3 der Übungen, s.u.) ein "Umfeldwissen" aus den verschiedenen Bereichen des Denkens aufgebaut wird, erhält damit jeder Student die Möglichkeit, den für ihn leichtesten Weg in die Problemaufgaben (Teil 4 bis 5 der Übungen, s.u.) zuerst zu beschreiten. /157/

Teil 1 der Übungen trägt die Überschrift "Geben Sie sich Rechenschaft über das benötigte mathematische und begriffliche Handwerkszeug."

Beispiele

a) zum Thema I der Vorlesung:

"Erklären Sie mit eigenen Worten die Begriffe Atom, Molekül, Element, Verbindung, reiner Stoff."

b) zum Thema II der Vorlesung:

"Erklären Sie mit eigenen Worten die Begriffe Brechung, Beugung und Interferenz."

Im Teil 2 sind unter der Überschrift "Richtig oder falsch? Begründen Sie!" Thesen aufgestellt, mit denen sich die Studenten auseinandersetzen sollen. Diese Thesen sind nach unserer Erfahrung in besonderem Maße geeignet, Diskussionen über die Vorlesungsinhalte unter den Studenten zu stimulieren und ihre Kenntnisse zu aktivieren, zu erweitern, zu verknüpfen, zu ordnen und zu festigen.

Beispiele

a) zum Thema II der Vorlesung:

"Beugung ist ein anderes Wort für Interferenz."

"Beugungsexperimente mit einem Gitter können nur mit einfarbigem Licht gemacht werden."

"Die Tatsache, daß elektrische Ladungen nur als ganzzahlige Vielfache von $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C beobachtet werden, findet ihren Niederschlag im Satz von der Erhaltung der Ladung."

b) zum Thema III der Vorlesung:

"Die Unbestimmtheitsrelation gibt die absolute Grenze für die mögliche Genauigkeit bei der Ortsmessung eines Teilchens an."

"Man wird die Unbestimmtheitsrelation so lange berücksichtigen müssen, bis Meßgeräte und Experimentiergeschick so fortgeschritten sind, daß ohne Fehler gemessen werden kann."

"Ort und Impuls eines Teilchens sind gemäß der Unbestimmtheitsrelation grundsätzlich nicht gleichzeitig meßbar."

c) zum Thema IV der Vorlesung:

"Wenn Quelle und Beobachter sich mit in Betrag und Richtung gleicher Geschwindigkeit bewegen, gibt es keinen Doppler-Effekt."

"Die Unbestimmtheiten sid auf die Beeinflussung des Meßobjektes durch die Messung zurückzuführen."

"Impuls und Ort eines Teilchens können nachträglich beide beliebig genau festgelegt werden."

d) zum Thema V der Vorlesung:

"Im Grundzustand des Wasserstoffatoms befindet sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r = 5{,}29 \cdot 10^{-9}$ m."

"Die Bohrschen Radien kennzeichnen die Größe von Aufenthaltsbereichen für Elektronen."

"Im Grundzustand des Wasserstoffatoms sind kinetische und potentielle Energie des Elektrons beide exakt gleich 6,8 eV, so daß die Gesamtenergie + 13,6 eV beträgt."

Teil 3 leitet unter der Überschrift "Haben Sie wirklich verstanden? Überprüfen Sie sich!" zu den Problemaufgaben über.

Beispiele

a) zum Thema II der Vorlesung:

"Wie würden Sie Zehntklässlern den Millikanversuch erklären?"

b) zum Thema IV der Vorlesung:

"Eine Elektron ist mit einer Ortsunbestimmtheit $\Delta x \approx 10^{-6}$ m im Raum lokalisiert. Seine Geschwindigkeit beträgt etwa $10^{6} \frac{m}{s}$. Man möchte den Impuls des Elektrons mit einer Genauigkeit von 1 : 1000 messen. Ist das möglich?"

c) zum Thema V der Vorlesung:

"Erklären Sie mit eigenen Worten den Zusammenhang zwischen Unbestimmtheitsrelation und Atomgröße."

"Erklären Sie wieso wir beim Doppelspaltversuch ohne entsprechende Beobachtung nicht annehmen sollten, jedes Teilchen gehe entweder durch den einen oder durch den anderen Spalt."

Im Teil 4 der Übungen werden dann unter der Überschrift "Nun können Sie folgende Probleme lösen." Aufgaben gestellt, die in etwa den üblichen Übungsaufgaben entsprechen.

Beispiele

a) zum Thema II der Vorlesung:

"Elektronen fallen auf eine Doppelspaltblende. Man beobachtet das übliche Interferenzmuster. Wie ändert es sich, wenn die Geschwindigkeit der Elektronen verdoppelt wird,

der Abstand d zwischen den Spalten verdoppelt wird,
der Abstand d zwischen den Spalten bleibt, aber 4 statt 2 Spalte vorhanden sind."

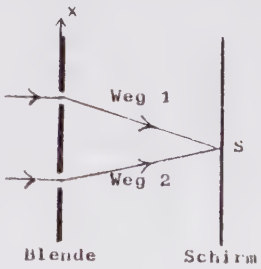
b) zum Thema V der Vorlesung:

"Welche Energien sind nötig, um ein Wasserstoffatom vom Zustand n = 1 in den Zustand n = 2 und vom Zustand n = 2 in den Zustand n = 3 zu bringen? Vergleichen Sie diese Energien mit der mittleren kinetischen Energie von Gasatomen bei Zimmertemperatur und bei 10.000 K. Zu welchem Teil des elektromagnetischen Spektrums gehören die beim Übergang von n = 3 nach n = 2 und von n = 2 nach n = 1 emittierten Photonen?"

Den Abschluß der Übungen bildet Teil 5 mit der Überschrift "Und wer traut sich hier heran?" Hier werden etwas anspruchsvollere Probleme gestellt, deren Bearbeitung freiwillig geschieht.

Beispiel zum Thema V der Vorlesung:

"Elektronen treffen auf eine in x-Richtung bewegliche Doppelspaltblende. Ein Elektron, das durch den ersten Spalt - also auf Weg 1 - zum Ort S auf den Schirm gelangt, wird an der Blende nach unten (in die negative x-Richtung) abgelenkt, so daß die Blende einen Rückstoß nach oben erhält. Nimmt das Elektron dagegen den Weg 2, dann wird auf die Blende ein nach unten gerichteter Impuls übertragen. Aus der Messung des Impulsübertrages auf die bewegliche Blende läßt sich also bestimmen, durch welchen Spalt das Elektron gegangen ist. Zeigen Sie, daß dann aber die Interferenzstreifen verwischt werden."



Die Einführung der Unbestimmtheitsrelationen (unter Thema III der Vorlesung) löste bei den meisten unserer Studenten zunächst Erstaunen und Befremdung aus. Die Bereitschaft, umzudenken und die scheinbar unumstößlichen Prinzipien der klassischen Physik in Frage zu stellen, mußte erst, vor allem im Rahmen der Übungen, geweckt und gefördert werden. Hier hat sich im besonderen der Teil 2 der wöchentlichen Übungen "Richtig oder falsch? Begründen Sie!" als sehr hilfreich erwiesen.

Die enge Verzahnung von Grundlagen der Quantentheorie mit zahlreichen schulnahen Experimenten (die von den Studenten selbst vorbereitet und präsentiert wurden), sowie die Verknüpfung dieser Experimente mit bildungsphilosophischen und unterrichtspraktischen Fragen (s.S. 127) führten zu einer verstärkten Auseinandersetzung mit den Vorlesungsinhalten und trugen zur Vermeidung von Langeweile bei.

Bei der Beobachtung der Übungsgruppen zeigte sich, daß bereits nach wenigen Vorlesungsstunden der größte Teil der Studenten in der Lage war, sich mit der Frage nach der Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen (und allgemein mit Deutungsfragen der Quantentheorie) produktiv auseinanderzusetzen. Mögliche Verständnisschwierigkeiten der Studenten, z.B. bzgl.

- des quantenphysikalischen Wahrscheinlichkeitsbegriffes (vgl. S. 28 f, S. 52 ff),
- der Deutung der Unbestimmtheitsrelationen (vgl. S. 40 ff),
- der irreversiblen Beeinflussung des Meßobjektes bei einer Messung (vgl. S. 65 ff, S. 74 f),
- der komplementären Denkweise in der Quantentheorie (vgl. S. 166 ff),

sollen im Rahmen der nächsten Vorlesung "Quanten aus lernpsychologischer Sicht (durch Interviews, Fragebögen, Übungsaufgaben u.ä.) auf ihre Ursachen hin untersucht werden, mit dem Ziel, den Studenten - mehr noch als bisher - rechtzeitig allgemeine und auch individuallsierte Verständnishilfen geben zu können.

Aus zahlreichen Gesprächen mit den Teilnehmern der Vorlesung ergab sich, daß Konzeption und Durchführung der Veranstaltung überwiegend positiv beurteilt wurden. Kennzeichnend für die allgemeine Reaktion ist wohl der folgende Ausspruch eines Studenten: "Ich hätte nicht gedacht, daß man in einer zweistündigen Quantenphysikvorlesung so weit kommen kann - ohne jede Differentialgleichung und ohne die Schulphysik aus dem Blick zu verlieren."

D. III. Die didaktische Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen

Im Artikel 26 der Erklärung der Menschenrechte der Vereinten Nationen heißt es: "Jede Person hat das Recht auf Bildung.... Bildung soll auf die volle Entwicklung der menschlichen Persönlichkeit gerichtet sein."

Volle Entwicklung der menschlichen Persönlichkeit heißt auch: Befähigung zum Verständnis und zur einsichtigen und verantwortungsvollen Mitgestaltung unserer Lebens- und Umwelt (s.S. 9 u. S. 127). Hier liegt das Aufgabenfeld des Physiklehrers. /174/

Unsere Lebenswelt wird zunehmend geprägt von den Möglichkeiten und Gefahren der Technik.
Die Technik basiert auf den Naturwissenschaften.
Die zentrale Naturwissenschaft ist die Physik.
Die zentrale Disziplin der Physik ist die Quantentheorie. (vgl. S.14)
Für angehende Physiklehrer ist daher ein Quantenphysikkurs unverzichtbar.

Im Kapitel A.II. wurde eingehend begründet, warum ein Quantenphysikkurs für Lehrerstudenten nicht mit dem Formalismus beginnen sollte, sondern mit einfachen schulnahen Versuchen (s.S. 177, Tab. 11), wobei schülergemäße Fragestellungen (s.S. 15) verfolgt und bildungsphilosophische sowie unterrichtspraktische Probleme einbezogen werden sollten (s.S. 127). Solchen elementaren Versuchen können dann Experimente folgen, die auf Korpuskel- und auf Welleneigenschaften von Mikroteilchen hinweisen (s.S. 15, Tab.4 und S. 178, Tab. 12).

In den Teilen B und C dieser Arbeit wurde ausführlich dargelegt, daß und wie sich aus den erstaunlichen Ergebnissen dieser Experimente durch die Einführung, Deutung und Anwendung der Unbestimmtheitsrelationen ohne mathematischen Aufwand eine konsistente quantenphysikalische Theorie entwickelt. Die in den Teilen B und C mit zahlreichen Beispielen diskutierten Themen machen in ihrer Gesamtheit überzeugend deutlich, daß den Un-

bestimmtheitsrelationen eine große Bedeutung für das Lehren und Lernen der Quantenphysik zukommt. In den folgenden 7 Punkten soll diese didaktische Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen noch einmal zusammenfassend hervorgehoben werden:

1) Die Unbestimmtheitsrelationen dienen der Aufarbeitung und Vertiefung quantenphysikalischer Experimente.

2) Durch die Behandlung der Unbestimmtheitsrelationen kann erreicht werden, daß der bei der Diskussion der Experimente zutage tretende Dualismus von klassischem Korpuskel- und Wellenbild nicht als unerforschbares Geheimnis oder als bequeme Ausrede erscheint.

3) Die vom Anfänger zunächst nur mit Erstaunen zur Kenntnis genommenen merkwürdigen Ergebnisse quantenphysikalischer Experimente lassen sich durch die Entwicklung und Anwendung der Unbestimmtheitsrelationen (ohne Behinderung durch einen schwierigen mathematischen Formalismus) zu einer quantenphysikalischen Theorie ausbauen.

4) Die den Dualismus betreffenden erkenntnistheoretischen Fragen können durch die Einbeziehung der Unbestimmtheitsrelationen im direkten Zusammenhang mit konkreten physkalischen Sachverhalten präzisiert und eingehend diskutiert werden.

5) Die Unbestimmtheitsrelationen sind, was den Bereich der Quantenphysik betrifft, von kaum zu überbietender mathematischer Einfachheit; trotzdem erlauben sie für eine Fülle von auf den ersten Blick schwierigen Problemen eine quantitative Diskussion. Ohne den üblichen, schwierigen Formalismus der Quantenphysik läßt sich mit einfachen

mathematischen Mitteln - in erster Linie mit algebraischen Umformungen - bereits eine Formalisierung der Quantenphysik erreichen, die im Sinne einer korrekten fachdidaktischen Elementarisierung z.B. für S II - Schüler und auch S I - Lehrer ausreichend ist.

6) Die Unbestimmtheitsrelationen stellen ein Eingangstor zum üblichen Formalismus der Quantenmechanik dar, denn aufgrund der (quantitativen) Ergebnisse, die mit Hilfe der Unbestimmtheitsrelationen gewonnen werden können, bestehen dann für den Formalismus bereits zahlreiche Anknüpfungspunkte, die ein vorsichtiges, begründetes und begründendes Hineinführen in die formalen Grundlagen erleichtern. Auf diese Weise kann der auf S. 7 genannte "Fremdheitsschock" vermieden werden.

7) Schließlich sind die Unbestimmtheitsrelationen auch ein nützliches Kriterium für die Zulässigkeit von Elementarisierungen: Ob z.B. eine vereinfachende Darstellung der Stromleitung in Metallen, des Atom- und Molekülbaus oder des radioaktiven Zerfalls im Hinblick auf spätere Anwendungen und Erweiterungen vertretbar ist, oder ob dort in unzulässiger Weise Vereinfachungen vorgenommen oder Begriffe angelegt und verwendet werden (vgl. S. 124 f), läßt sich häufig schon durch einen kurzen Rückgriff auf die Unbestimmtheitsrelationen entscheiden.

Die Punkte 1) bis 7) können insgesamt als Argument dafür gelten, den Unbestimmtheitsrelationen in der Lehrerausbildung und auch in Quantenphysikkursen der Sekundarstufe II einen größeren Raum als bisher zu geben. Diese Punkte zeigen aber auch, daß dem künftigen S-I-Lehrer (wie auch dem S-II-Schüler) eine Einführung des üblichen Formalismus erspart werden kann, ohne daß seine Vorstellung von der Quantenphysik damit notwendig einen geheimnisvoll-verschwommenen Charakter erhält. Denn ein bedeutender Bereich der Quantenphysik - der nicht nur in der Breite die verschiedensten Experimente, Systeme

und Probleme umfaßt, sondern auch in die Tiefe zu den gemeinsamen Grundlagen reicht - ist dem Lernenden ohne den üblichen Formalismus zugänglich, wenn den Unbestimmtheitsrelationen eine zentrale Stellung eingeräumt wird.

Die Frage, wie man den Formalismus der Quantenphysik so "verdünnen" oder umgestalten kann, daß er auch von einem Oberstufenschüler oder einem Lehrerstudenten der Anfangssemester verstanden wird, ist so nicht richtig gestellt. Vielmehr ist zu fragen, für wen und ab wann eine Einführung dieses Formalismus sinnvoll erscheint und wie eine solche Einführung etwa durch eine ausführliche Diskussion der Unbestimmtheitsrelationen vorbereitet oder auch ersetzt werden kann.
Es ist keineswegs notwendig, einen Anfänger zu Beginn mit dem "Hammer" des Formalismus zu betäuben, so daß er erst nach geraumer Zeit und etlichen ausgedehnten Rechnungen wieder zu sich kommt - ohne zu wissen, wie er dort eigentlich hingekommen ist. Jeder, der lernt, hat einen Anspruch darauf, daß ihm derartige Methoden erspart bleiben. Durch eine konsequente Einbeziehung der Unbestimmtheitsrelationen könnte sicherlich eher erreicht werden, daß ein Anfänger nicht mit fertigen Modellvorstellungen arbeiten muß, sondern diese zu erarbeiten lernt, so daß er seinen Weg durch die Quantenphysik bewußt erlebt und bis zu seinem jeweiligen Standort selbständig oder besser: selbst-tätig nachvollziehen kann.

ANHANG

QUANTENTHEORETISCHER FORMALISMUS UND UNBESTIMMTHEITSRELATIONEN

Die ausführliche Diskussion der Unbestimmtheitsrelationen in den Teilen B und C erfüllt gemäß Tab. 3 auf S. 18 eine doppelte Funktion: Einerseits dient sie der theoretischen Aufarbeitung und dem vertieften Verständnis quantenphysikalischer Experimente, andererseits bereitet sie aber auch auf eine Einführung des üblichen Formalismus' der Quantenphysik vor.*) Zu einem begründeten und begründenden Hineinführen in die formalen Grundlagen der Quantenphysik sollen zunächst skizzenhaft einige Bemerkungen gemacht werden, bevor wir uns im Anschluß daran mit dem Verhältnis der Unbestimmtheitsrelationen zum quantentheoretischen Formalismus befassen.

1.) Die Ausführungen in den Teilen B und C haben gezeigt, daß die Methode der klassischen Mechanik, den Zustand eines Systems durch die Angabe der Orts- und Impulskoordinaten zu kennzeichnen, in der Quantenphysik wegen der Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation nicht mehr sinnvoll ist. Anhand der bei Beugungs- und Interferenzversuchen auftretenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf dem Schirm und im Rahmen einer das Thema "Wellenpakete" aufgreifenden Diskussion läßt sich plausibel machen, daß in der Quantenphysik die Zustände eines Teilchens durch Funktionen des Ortes, die bestimmten Bedingungen unterworden sind, gekennzeichnet werden können. Weiterhin läßt sich zeigen, daß eine solche Funktion als spezielle Darstellung eines Vektors aufgefaßt werden kann.

2.) Bei der Diskussion der Beispiele für Orts-, Impuls- und Energiemessungen ergab sich immer wieder, daß während einer Messung das Meßobjekt in Wechselwirkung mit der Meßapparatur treten muß, daß also der Zustand des Meßobjektes im allgemeinen durch eine Messung verändert wird. Damit läßt sich erklären, warum die quantenphysikalischen Meßgrößen im Formalismus durch Operatoren dargestellt werden. Denn wenn ein

---

*) vgl. dazu auch die 7 Punkte bzgl. der didaktischen Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen auf S. 186 f

Operator auf einen gegebenen Vektor angewendet wird, dann sind der dadurch entstehende Bildvektor und der anfangs gegebene Vektor im allgemeinen linear unabhängig.*) Der Operator verändert den Zustandvektor, so wie die Messung den Systemzustand verändert. Damit wird aber auch klar, daß es bei der Hintereinanderschaltung von zwei Operatoren A und B auf die Reihenfolge ankommt; die Kombination AB ist im allgemeinen verschieden von der Kombination BA,**) so daß dann der "Kommutator" AB-BA nicht verschwindet. Diese Tatsache hat eine einfache Entsprechung in unseren "Operationen" an gewöhnlichen Gegenständen. Nehmen wir als Beispiel zwei Maschinen A und B, von denen die erste ein Industrieprodukt lackiert und die zweite das Produkt verpackt, so ist unmittelbar einleuchtend, daß eine Vertauschung der Operationen "Lackieren" und "Verpacken" nicht zum gewünschten Ergebnis führt. Ähnlich verhält es sich beim Kuchenbacken: Dort hängt (was wohl kaum näher begründet werden muß) der Erfolg entscheidend ab von der Reihenfolge der Operationen "Verrühren der Zutaten zu einem Teig" und "Backen im Ofen".

3.) In einer Stern-Gerlach-Apparatur (s.C.I.1.) wird ein Atomstrahl in verschiedene Teilstrahlen aufgespalten, denen bestimmte magnetische Momente und damit verbundene Drehimpulswerte zugeordnet werden können. Lichtstrahlen lassen sich in entsprechender Weise in Teilstrahlen mit bestimmten Polarisationszuständen zerlegen /158/. Dadurch wird plausibel, daß Systemzustände im Formalismus zweckmäßig durch Vektoren dargestellt werden. Denn die Zerlegung eines Licht- bzw. Atomstrahls in den genannten Experimenten entspricht dem Zerlegen eines gegebenen Zustandsvektors nach orthogonalen Basisvektoren.

4.) Wenn ein linear polarisiertes Photon auf ein zu einer anderen Polarisationsrichtung gehöriges Filter trifft, so kann im allgemeinen nicht mit Sicherheit vorausgesagt werden, ob das Photon durch das Polarisationsfilter geht oder nicht. Es kann nur eine

---

*) Eine Ausnahme bilden die sog.Eigenvektoren des Operators. Sie reprasentieren diejenigen Systemzustände, bei denen eine dem Operator entsprechende Messung die Eigenwerte als scharfe Meßwerte liefert.

**) Die Kombination AB ist nur dann gleich der Kombination BA, wenn die den Operatoren A und B entsprechenden quantenphysikalischen Größen gleichzeitig scharf gemessen werden können.

Wahrscheinlichkeit $w(\alpha)$ für das Durchdringen des Filters angegeben werden, die von dem Winkel α zwischen der Polarisationsrichtung des einfallenden Photons und der Richtung des Polarisationsfilters abhängt: $w(\alpha) = \cos^2\alpha$ *). Hier läßt sich exemplarisch zeigen, daß die Wahrscheinlichkeitsaussagen der Quantenphysik über ein Skalarprodukt in dem jeweiligen Zustandsvektorraum gewonnen werden können.

5) Der Stern-Gerlach-Versuch und die Experimente mit polarisiertem Licht führen auf die relativ einfache Theorie der Zwei-Zustands-Systeme, die sich anschließend für Systeme mit mehr - und unendlichdimensionalen Zustandsräumen verallgemeinern läßt. Dabei bietet sich ein Vergleich mit solchen klassischen Wellensystemen an, die zwar einen weitgehend identischen formalen Beschreibungsrahmen, aber völlig andere Wechselwirkungen und Phänomene aufweisen (s.Tab. 13).

Quanten	Wellen
NH_3-Molekül (Ammoniak-Maser)	2 gekoppelte Pendel oder Schwingkreise
Elektron im eindimensionalen Kristall	viele gekoppelte Pendel oder Schwingkreise, Perlenkette
Teilchen im eindimensionalen Potentialkasten	Saite, Lecherleitung
Teilchen im dreidimensionalen Potentialkasten	akustische und elektromagnetische Hohlraumresonatoren
Wasserstoff-Atom harmonischer Oszillator	inhomogene schwingungsfähige Systeme
de Broglie-Wellen	freie Saitenwellen, Wasserwellen, Schallwellen und elektromagnetische Wellen

Tab. 13: Die vergleichende Behandlung von quantenphysikalischen Systemen und entsprechenden klassischen Wellensystemen

*) Ist $\alpha = 0^\circ$, so ist $w = 1$, und das Photon geht mit Sicherheit durch das Filter; ist $\alpha = 90^\circ$, so ist $w = 0$, und das Photon wird mit Sicherheit nicht durchgelassen. Für alle anderen Winkelwerte kann jedoch keine sichere Voraussage gemacht werden.

In einem Prozeß wechselseitiger Erhellung können durch die permanente Gegenüberstellung sowohl die quantenphysikalischen Systeme als auch die Systeme der klassischen Wellenphysik mit ihren jeweiligen spezifischen Eigenschaften und besonderen Wechselwirkungen besser verstanden werden.*)

Nach diesen skizzenhaften Bemerkungen bzgl. einer - von den Unbestimmtheitsrelationen ausgehenden - begründeten und begründenden Einführung in die formalen Grundlagen der Quantenphysik wollen wir uns jetzt der Frage zuwenden, wie sich die Unbestimmtheitsrelationen aus dem Formalismus folgern lassen. Während wir bei unseren bisherigen Betrachtungen auf den Formalismus der Quantenphysik völlig verzichten konnten, soll nun versucht werden, aus der Sicht einer bereits erfolgten formalen Grundlegung der Quantenphysik die Bedeutung der Unbestimmtheitsrelationen im Lichte ihrer Stellung zum Formalismus zu erhellen. Für das Verständnis der folgenden Ausführungen wird daher das Grundgerüst der nichtrelativistischen Quantenmechanik als bekannt vorausgesetzt.

---

*) Eine ausführliche Darstellung und Begründung dieser Vorgehensweise findet der Leser in /159/.

I. Die formale Ableitung der Unbestimmtheitsrelationen

In der Quantenmechanik ist der Erwartungswert $\bar{A}$ für eine Observable A in einem Zustand $|\Psi\rangle$ gegeben durch:

$$\bar{A} = \langle\Psi|A|\Psi\rangle \quad *) \tag{1}$$

Das Quadrat der Streuung oder Unbestimmtheit ΔA ist definiert durch:

$$(\Delta A)^2 = \langle\Psi|(A-\bar{A})^2|\Psi\rangle = \overline{(A-\bar{A})^2} = \overline{A^2} - (\bar{A})^2 \tag{2}$$

Für zwei beliebige Observablen A und B definieren wir einen Operator C_λ:

$$C_\lambda := A - \bar{A} + i\cdot\lambda\cdot(B - \bar{B}), \tag{3}$$

wobei λ eine beliebige reelle Zahl ist. Es folgt nun:

$$0 \le \langle C_\lambda\Psi|C_\lambda\Psi\rangle = \langle\Psi|C_\lambda^\dagger C_\lambda|\Psi\rangle = (\Delta A)^2 + \lambda^2(\Delta B)^2 + i\cdot\lambda\cdot\overline{(AB - BA)}, \tag{4}$$

was man unter Verwendung von (1), (2) und (3) bestätigt.

Für den Kommutator AB - BA (der bei quantenmechanischen Observablen im allgemeinen nicht verschwindet, s.S. 190) verwenden wir die Abkürzung $[A,B]$. Somit haben wir für alle reellen Zahlen λ die Ungleichung

$$(\Delta A)^2 + \lambda^2(\Delta B)^2 + i\lambda\overline{[A,B]} \ge 0 . \tag{5}$$

Durch Differenzieren nach λ kann der Minimalwert der linken Seite von (5) festgestellt werden. Wir erhalten dann als Ergebnis:

$$(\Delta A)^2 + \frac{1}{4}\frac{\left(\overline{[A,B]}\right)^2}{(\Delta B)^2} \ge 0$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{(\Delta A)^2\cdot(\Delta B)^2 \ge -\frac{1}{4}\left(\overline{[A,B]}\right)^2} \tag{6}$$

Die Beziehung (6) ist die allgemeine Form einer Unbestimmtheitsrelation für zwei beliebige Observablen A und B.

1.1. Die Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation

Für den Fall, daß A der Impulsoperator p bezüglich der x-Richtung und B der zugehörige Ortsoperator x ist, wird mit der Vertauschungsrelation

$$[p,\ x] = \frac{\hbar}{i}$$

aus der Beziehung (6):

$$(\Delta p)^2 \cdot (\Delta x)^2 \geq -\frac{1}{4}\left(\frac{\hbar}{i}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}} \qquad (7)$$

Die Ungleichung (7) stellt die präzise Formulierung der Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation dar. Im Unterschied zur Relation

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx h \qquad (8)$$

des Teils B sind in (7) die Unbestimmtheiten gemäß Gleichung (2) genau definiert, anstelle des $\approx$ Zeichens haben wir nun das $\geq$ Zeichen, und die Plancksche Konstante h ist durch die etwas kleinere Konstante $\frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi}$ ersetzt worden. Trotz dieser Präzisierungen liefert aber die "neue" Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation (7) keinen Anlaß, die Ergebnisse unserer Überlegungen des Teils B zu revidieren; an der grundsätzlichen Bedeutung der Relation (8) hat sich nichts geändert, und für die im Teil B durchgeführten Rechnungen - die ja größtenteils Abschätzungen waren - stellt (8) einen Spezialfall der Relation (7) dar.

1.2. Gibt es eine Drehimpuls-Winkel-Unbestimmtheitsrelation?

Häufig findet man in elementaren Darstellungen der Quantenphysik/160/ die zu (7) analoge Beziehung

$$\Delta L_z \cdot \Delta \phi \geq \frac{\hbar}{2} \ , \qquad (9)$$

wobei L_z die z-Komponente des Drehimpulses und ϕ der zugehörige Azimutwinkel in der x-y-Ebene ist. Die Aufstellung einer solchen "Drehimpuls-Winkel-Unbestimmtheitsrelation" läßt sich aber vom

Standpunkt des Formalismus aus nicht rechtfertigen /161/ was im folgenden begründet werden soll.*)

Der Drehimpulsoperator L_z hat in Kugelkoordinaten die Darstellung

$$L_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \phi} . \tag{10}$$

Wenn der Kommutator $L_z \hat{\phi} - \hat{\phi} L_z$ auf eine Funktion Ψ des Winkels ϕ wirkt, dann ergibt sich mit (10):

$$(L_z \hat{\phi} - \hat{\phi} L_z) \Psi = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \phi} (\phi \cdot \Psi) - \phi \cdot \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = \frac{\hbar}{i} \cdot \Psi$$

Daraus könnten wir den Schluß ziehen, daß

$$[L_z, \hat{\phi}] = \frac{\hbar}{i} \tag{11}$$

ist, woraus mit (6) sofort die Relation (9) folgen würde. Diese Schlußfolgerung ist aber nicht richtig, denn die Beziehung (11) läßt sich leicht zu einem Widerspruch führen. Zum Beweis bilden wir Matrixelemente der Beziehung (11) in der Basis der Eigenvektoren von L_z (also in der Basis, bezüglich der L_z als Diagonalmatrix erscheint). Wir erhalten dann

$$\langle m | L_z \hat{\phi} - \hat{\phi} L_z | n \rangle = \frac{\hbar}{i} \cdot \delta_{mn}, \tag{12}$$

wobei δ_{mn} das Kronecker-Symbol ist. Für die Eigenvektoren $|m\rangle$ und $|n\rangle$ gilt:

$$L_z |m\rangle = m|m\rangle \text{ und } L_z |n\rangle = n|n\rangle$$

Aus (12) folgt somit:

$$(m - n) \cdot \langle m | \hat{\phi} | n \rangle = \frac{\hbar}{i} \cdot \delta_{mn} \tag{13}$$

Für $m = n$ wird die linke Seite von (13) Null, während die rechte Seite den Wert $\frac{\hbar}{i}$ annimmt. Die Ursache für diesen Widerspruch liegt in der Vertauschungsrelation (11). Wenn der Operator $\hat{\phi}$ auf eine periodische Funktion Ψ des Winkels ϕ wirkt, dann ist die daraus entstehende Funktion $\phi \cdot \Psi$ nicht mehr periodisch. Der

---

*) Daß die Beziehung (9) nicht stimmt, läßt sich sehr leicht zeigen: In einem Zustand mit einem scharfen Wert von L_z ist $\Delta L_z = 0$; da aber $\Delta \phi$ höchstens 2π betragen kann, erhalten wir in einem solchen Zustand aus (9) die absurde Ungleichung

$$0 \geq \frac{\hbar}{2} .$$

Operator $L_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\phi}$ stellt aber nur dann eine Observable dar, wenn er auf periodische Funktionen des Winkels ϕ wirkt (denn alle physikalisch verschiedenen Winkel ϕ liegen bereits in einem Intervall der Länge 2π). Die Funktion $\phi\cdot\psi$ gehört somit nicht zum Definitionsbereich der Observablen L_z; oder anders ausgedrückt: Der Operator $L_z\,\phi$ ist immer, wenn er auf eine periodische Funktion ψ wirkt, nicht definiert. Die Beziehung (11) ist daher physikalisch ohne Bedeutung. Dies zeigt deutlich, daß bei der Hintereinanderschaltung von Observablen und insbesondere bei der Bildung von Kommutatoren die Frage nach dem Definitionsbereich der Observablen nicht außer acht gelassen werden darf /162/.

I.3. Die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation

Ist in der Beziehung (6) A eine beliebige Observable und B der Energie- oder Hamiltonoperator H, dann erhalten wir:

$$(\Delta A)^2\cdot(\Delta E)^2 \geq -\frac{1}{4}\left(\overline{[A,\,H]}\right)^2 \qquad (14)$$

Nun gilt aber für den Erwartungswert $\bar{A}$ einer Observablen A die Bewegungsgleichung

$$i\hbar\frac{d\bar{A}}{dt} = \overline{[A,\,H]}\,,$$

so daß wir die rechte Seite von (14) umformen können; wir erhalten dann

$$\Delta A\cdot\Delta E \geq \frac{\hbar}{2}\cdot\left|\frac{d\bar{A}}{dt}\right|. \qquad (15)$$

Wir definieren nun eine Zeit τ_A durch die Beziehung

$$\Delta A := \left|\frac{d\bar{A}}{dt}\right|\cdot\tau_A\,. \qquad (16)$$

Mit (16) wird aus (15):

$$\Delta E\cdot\tau_A \geq \frac{\hbar}{2}\ \text{*)} \qquad (17)$$

---

*) Zu der hier sehr gerafft dargestellten Rechnung findet der Leser weitere Erläuterungen in /163/ und /164/.

τ_A ist wegen (16) die Zeit, in der sich der Erwartungswert $\bar{A}$ gerade um ΔA geändert hat. Wenn sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung um ihre Streuung ΔA verschoben hat, so kann man diese Veränderung leicht durch Messungen feststellen. τ_A ist also - vereinfacht gesagt - die Zeit, nach der sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Anfangszustandes für die Observable A bereits merklich verändert hat. Zu jeder der Observablen A, B, C usw. können wir nun die entsprechenden Zeiten τ_A, τ_B, τ_C usw. ermitteln und das Minimum τ dieser Zeiten heraussuchen. τ erfüllt dann wegen (17) die Beziehung:

$$\Delta E \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (18)$$

Die Ungleichung (18) stellt eine präzise Formulierung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation dar. Nun scheint hier aber ein Widerspruch zu den Ausführungen im Teil C vorzuliegen, denn die Zeit τ hat gemäß ihrer Definition nicht die Bedeutung einer Wechselwirkungsdauer (weshalb auch nicht die Bezeichnung Δt verwendet worden ist). Wir wollen dieses Problem jetzt noch nicht ausführlich diskutieren; am Ende des nächsten Kapitels "Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation und Störungstheorie" werden wir jedoch in der Lage sein, zu zeigen, daß hier in Wirklichkeit kein Widerspruch vorliegt.

Die Zeit τ wurde als Minimum der Zeiten τ_A, τ_B, τ_C usw. definiert, die ihrerseits durch die Beziehung (16) erklärt sind. τ kann deshalb als eine für den Systemzustand charakteristische Zeit angesehen werden, nach der sich die Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte bereits merklich verändert haben werden. Nach Zeiten, die wesentlich kleiner als τ sind, haben sich dagegen alle Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte noch nicht merklich verändert, was man Beziehung (16) und der Definition der Zeit τ sofort entnimmt. Vereinfacht und kurz zusammengefaßt können wir also sagen:

Jedem Zustand eines quantenphysikalischen Systems kann eine Energieunbestimmtheit ΔE zugeordnet werden und eine charakteristische Zeitspanne τ, in der sich der Zustand merklich verändern wird; diese beiden Größen sind über die Ungleichung

$$\Delta E \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2}$$

miteinander verknüpft.

Die Relation (18) legt die Diskussion eines interessanten Grenzfalles nahe: wenn ΔE kleiner wird, dann muß τ immer größer werden; im Grenzfall $\Delta E = 0$ haben wir $\tau = \infty$. Das bedeutet aber, daß alle Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte zeitlich konstant sind. Durch die Relation (18) wird somit bestätigt, daß die Zustände mit einer scharfen Energie die stationären Zustände sind; dagegen haben Zustände, die sich sehr rasch verändern, eine große Energieunbestimmtheit.

Das hat nun eine wichtige Konsequenz für das Verhältnis der Quantenmechanik zu ihrem Grenzfall, der klassischen Mechanik, sowie für die Präzisierung, inwiefern hier eigentlich ein Grenzfall vorliegt. Mitunter wird gesagt, im Grenzfall $\hbar \longrightarrow 0$ gehe die Quantenmechanik in die klassische Mechanik über. Damit ist aber - vor allem für einen Anfänger - nicht allzuviel gewonnen, denn $\hbar$ ist eine Naturkonstante und geht deshalb nicht gegen Null. Manchmal wird auch die Ansicht vertreten, im Grenzfall genügend hoher Quantenzahlen erhalte man mit den stationären Zuständen in jeder Hinsicht die Ergebnisse, die man aufgrund der klassischen Mechanik erwartet. Das Kennzeichen stationärer Zustände ist aber, daß sich nichts bewegt oder verändert; z.B. erhält man mit den zu einem scharfen Energiewert gehörigen Wellenfunktionen des harmonischen Oszillators überhaupt keine "Bewegung" des Ortserwartungswertes. Die klassische Mechanik dagegen untersucht gerade die Bewegung von Korpuskeln.*) Daraus folgt aber, daß die entsprechenden Zustände in der Quantenmechanik solche mit einer endlichen Zeit τ - und d.h. nichtstationäre Zustände mit $\Delta E > 0$ - sein müssen. Erst mit (aus stationären Wellenfunktionen zusammengesetzten) nichtstationären Wellenpaketen kann man in der Quantenmechanik Änderungen des Ortserwartungswertes erhalten, die der klassisch berechneten Bewegung unter bestimmten Bedingungen (s. B.V.2., S. 115) sehr nahe kommen oder sogar mit ihr übereinstimmen. Als Beispiele seien hier die Wellenpakete des freien Teilchens und die Glauber-Zustände /166/ des harmonischen Oszillators genannt.

*) Damit soll natürlich nicht dem Bohrschen Korrespondenzprinzip seine Gültigkeit abgesprochen werden, denn dieses Prinzip besagt ja nur, daß für hohe Quantenzahlen eine Korrespondenz zwischen den klassisch erwarteten und den quantentheoretisch vorhergesagten Frequenzen besteht. Vgl. dazu z.B. /165/.

Im folgenden sollen nun zu der in diesem Kapitel entwickelten Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation (18) einige Beispiele diskutiert werden, die unsere Deutung der Zeit τ bestätigen, wonach τ eine für den jeweiligen Systemzustand charakteristische Zeitspanne darstellt, in der sich dieser Zustand merklich verändern wird.

1. Beispiel: Wellenpakete des freien Teilchens

Die Abb. 67 zeigt ein Wellenpaket $|\Psi(x,t)|^2$ mit der Ortsunbestimmtheit Δx, dessen Ortserwartungswert $\bar{x}$ sich mit der Geschwindigkeit v in die positive x-Richtung bewegt.*)

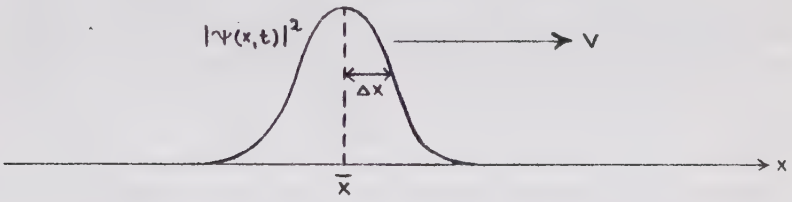


Abb.67: Ein Wellenpaket mit der Ortsunbestimmtheit Δx bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in die positive x-Richtung.

Im Abschnitt B.I.2. ("Die Bewegung von Wellenpaketen") hatten wir gefunden, daß

$$\Delta\omega \approx v \cdot \Delta k$$

ist. Durch Multiplikation mit $\hbar$ folgte daraus:

$$\Delta E \approx v \cdot \Delta p \qquad (19)$$

Laut Definition der charakteristischen Zeit τ ist in unserem Beispiel

$$\tau \approx \frac{\Delta x}{v} , \qquad (20)$$

denn nach dieser Zeit hat sich der Ortserwartungswert $\bar{x}$ gerade um Δx verschoben.

Für jeden Zustand eines Teilchens, also auch für ein Wellenpaket eines freien Teilchens, gilt die Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} .$$

*) Wegen dieser Bewegung liegt hier natürlich kein stationärer Zustand vor; wir können daher sofort folgern, daß $\Delta E > 0$ sein muß.

Wenn wir darin die Impulsunbestimmtheit Δp mittels (19) und die Ortsunbestimmtheit Δx mittels (20) ersetzen, so erhalten wir

$$\frac{\Delta E}{v} \cdot v \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2} .$$

$$\Longrightarrow \qquad \Delta E \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2}$$

in Übereinstimmung mit der Relation (18).

2. Beispiel: Überlagerung zweier stationärer Zustände

Eine gleichberechtigte Überlagerung zweier stationärer Zustände kann in der Ortsdarstellung geschrieben werden als

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2}} u_1(x)\, e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \frac{1}{\sqrt{2}} u_2(x)\, e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t} , \qquad (21)$$

wobei E_1 und E_2 die scharfen Energiewerte in den beiden stationären Zuständen sind. ($1/\sqrt{2}$ ist ein in diesem Zusammenhang unwesentlicher Normierungsfaktor.)

Aus (21) folgt für die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte

$$|\Psi(x,t)|^2 = \frac{1}{2}|u_1(x)|^2 + \frac{1}{2}|u_2(x)|^2 + |u_1(x)|\,|u_2(x)| \cos\left(\frac{|E_1 - E_2|}{\hbar} t + \varphi(x)\right) \qquad (22)$$

Innerhalb der Zeitspanne $\tau = \dfrac{\pi\hbar}{E_1 - E_2}$ hat sich die Wahrscheinlichkeitsdichte sicher merklich verändert, denn das Argument der Kosinusfunktion in (22) ist in dieser Zeit um π größer geworden.

ΔE läßt sich für unser Beispiel leicht berechnen:

$$(\Delta E)^2 = \overline{E^2} - (\overline{E})^2 = \frac{E_1^2 + E_2^2}{2} - \left(\frac{E_1 + E_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{E_1 - E_2}{2}\right)^2$$

$$\Delta E = \frac{|E_1 - E_2|}{2}$$

Für das Produkt aus ΔE und τ ergibt sich damit:

$$\Delta E \cdot \tau = \frac{|E_1 - E_2|}{2} \cdot \frac{\pi\hbar}{|E_1 - E_2|} = \pi \cdot \frac{\hbar}{2} ,$$

was mit der Relation (18) im Einklang steht.

3. Beispiel: Angeregte Atomzustände

Angeregte Atome können unter Emission eines Photons in energetisch tiefere Zustände übergehen oder direkt in den Grundzustand zurückkehren (vgl. S. 136 f). Angeregte Atomzustände sind deshalb keine stationären Zustände. Daraus erfolgt aber, daß die angeregten Atomzustände eine Energieunbestimmtheit $\Delta E = h \cdot \Delta\nu > 0$ besitzen.

Befindet sich eine Gesamtheit von Atomen zum Zeitpunkt $t = 0$ in einem angeregten Zustand der Lebensdauer τ, so sind zum Zeitpunkt $t = \tau$ bereits mehr als die Hälfte der Atome in einen energetisch tieferen Zustand übergegangen. Die Lebensdauer eines angeregten Atomzustandes kann deshalb als die Zeit angesehen werden, nach der sich dieser Zustand bereits merklich verändert hat. Mit der Relation (18) erhalten wir dann

$$h \cdot \Delta\nu \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2}.$$

$$\Longrightarrow \qquad \Delta\nu \geq \frac{1}{4\pi}$$

in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Abschnitts C.I.3.

II. Energie - Zeit - Unbestimmtheitsrelation und Störungstheorie

II.1. Wechselwirkung und Energieunbestimmtheit

Ein zweiter Zugang zur Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation führt über die Störungstheorie. Ein System mit dem ungestörten Hamiltonoperator H_o werde vom Zeitpunkt t = 0 an einer "Störung" unterworfen, die durch den Operator W repräsentiert wird. Der vollständige Hamiltonoperator H setzt sich dann additiv aus dem ungestörten Operator H_o und dem Störungsoperator W zusammen:

$$H = H_o + W$$

Die Wahrscheinlichkeit $|a_n(t)|^2$, zur Zeit t den stationären Zustand $|n\rangle$ des ungestörten Hamiltonoperators H_o vorzufinden, wenn zur Zeit t = o der Zustand $|m\rangle$ vorlag, beträgt in erster Näherung /167/:

$$|a_n(t)|^2 \approx \frac{2\pi}{\hbar}|\langle n|W|m\rangle|^2 \underbrace{\frac{\sin^2\frac{1}{2}\frac{E_m-E_n}{\hbar}\cdot t}{\frac{\pi\hbar}{2}\left(\frac{E_m-E_n}{\hbar}\right)^2\cdot t}}_{f(E_m-E_n)} \cdot t$$

Dabei sind E_m und E_n die Energiewerte in den Zuständen $|m\rangle$ und $|n\rangle$. Die Funktion $f(E_m - E_n)$ ist - bezogen auf die feste Zeit t - in einem Bereich $\Delta E \approx \hbar/t$ um den Wert $E_m - E_n = 0$ herum wesentlich von Null verschieden. Erst für genügend große Zeiten t wird aus $f(E_m - E_n)$ näherungsweise die δ-Funktion $\delta(E_m - E_n)$. Für große Zeiten bleibt demnach die Energie des ungestörten Hamiltonoperators H_o erhalten. (Das ist keineswegs trivial, denn lediglich die Energie des vollständigen Hamiltonoperators $H = H_o + W$ ist eine strenge Erhaltungsgröße.) Wirkt die Störung W aber nur während einer kurzen Zeitspanne Δt auf den Anfangszustand ein, dann erhalten wir für die Energiedifferenz $E_m - E_n$ eine - möglicherweise beträchtliche - Unbestimmtheit ΔE, die mit Δt durch die Relation

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \qquad (23)$$

verknüpft ist. Die Beziehung (23) hat eine andere Bedeutung als die Ungleichung (18) (was auch durch die unterschiedlichen Bezeichnungen Δt und τ zum Ausdruck gebracht werden soll). Während

sich ΔE in (18) auf ein abgeschlossenes Gesamtsystem bezieht, bedeutet ΔE in (23) eine Unbestimmtheit in der Energie des durch H_o repräsentierten Teilsystems.

Jede Störung eines Systems A läßt sich aus einer Wechselwirkung des Systems A mit einem anderen System B - welches das System A "stört" - erklären. Wenn ein System A (mit dem Hamiltonoperator H_A) und ein System B (mit dem Hamiltonoperator H_B) miteinander in Wechselwirkung treten, so hat der Hamiltonoperator des Gesamtsystems A + B die Gestalt

$$H_{A+B} = \underbrace{H_A + H_B}_{H_o} + W_{AB}$$

Aufgrund der Störungstheorie bewirkt der Wechselwirkungsoperator W_{AB}, daß die zum ungestörten Hamiltonoperator $H_o = H_A + H_B$ gehörige Energie nur für große Zeiten eine Erhaltungsgröße ist; kurzfristige Abweichungen sind durchaus möglich und werden durch die Beziehung (23) geregelt (vgl. S. 141).
Von einer kurzfristigen Verletzung des Energiesatzes kann deshalb aber keine Rede sein, denn nur der Mittelwert der Energie, die zum Hamiltonoperator H_{A+B} des Gesamtsystems gehört, stellt eine strenge Erhaltungsgröße dar.

Die Beziehung (23) können wir nun in der folgenden Weise deuten:

> Wenn ein System A mit einem System B für die Zeitspanne Δt in Wechselwirkung tritt, dann resultiert für jedes einzelne System aus dieser Wechselwirkung die Energieunbestimmtheit
>
> $$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t}$$

Diese Deutung der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation stimmt - bis auf die geringfügige Änderung, daß die Konstante h durch $\hbar$ ersetzt worden ist - genau mit der des Teils C überein. Bevor wir uns am Schluß dieses Kapitels der Frage zuwenden, wie die beiden vorliegenden Formulierungen der Energie-Zeit-Unbestimmt-

heitsrelation

$$\Delta E \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (18)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \qquad (23)$$

in einen Zusammenhang und miteinander in Einklang gebracht werden können, sollen zunächst noch einige Beispiele zur Beziehung (23) betrachtet werden.

II.2. Energiemessungen

Die Beziehung (23) beinhaltet eine wichtige Aussage über den Einfluß der Dauer eines Meßprozesses. Wenn wir etwas an einem System messen wollen, dann müssen wir es "stören"; wir lassen es mit einem anderen System wechselwirken (z.B. direkt mit einem Meßgerät). Ist der Meßprozeß sehr kurz, erhalten wir nach Beziehung (23) eine große Energieunbestimmtheit ΔE. Speziell für Energiemessungen folgt daraus, daß der Meßprozeß hinreichend lange andauern muß. Die Energie eines Systems kann man nicht in beliebig kurzer Zeit und zugleich beliebig genau messen (vgl. S. 133).

1. Beispiel: Stern - Gerlach - Versuch

Die Energie eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens im Magnetfeld kann nur zwei scharfe Werte annehmen:

$$E_1 = +\mu B \qquad E_2 = -\mu B$$

(μ ist das magnetische Moment des Teilchens, B bezeichnet die Stärke des Magnetfeldes).

Wenn wir für einen Strahl dieser Teilchen ihre Energie im Magnetfeld mit einem Stern-Gerlach-Apparat messen wollen, dann benötigen wir, um die zu den beiden Energiewerten E_1 und E_2 gehörigen Teilstrahlen voneinander trennen zu können, eine

bestimmte Mindestdauer Δt, während der die Teilchen durch das Magnetfeld fliegen und so mit dem Stern-Gerlach-Apparat in Wechselwirkung stehen (vgl. C.I.1.). Eine genaue und recht aufwendige Rechnung /168/ zeigt, daß für Δt gelten muß:

$$|E_1 - E_2| \cdot \Delta t > \hbar \quad \text{oder:} \quad \Delta t > \frac{\hbar}{|E_1 - E_2|} \tag{24}$$

Dieses Ergebnis kann man aber auch auf wesentlich einfachere Weise aus der Beziehung (23) erhalten, denn die Energieunbestimmtheit ΔE der durch das Magnetfeld fliegenden Teilchen ist bei einer Wechselwirkungsdauer Δt gegeben durch

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} . \tag{25}$$

Um nun entscheiden zu können, ob sich ein Teilchen in einem Zustand der Energie E_1 oder in einem Zustand der Energie E_2 befindet, muß die Energieunbestimmtheit des Teilchens kleiner als die Differenz der Energiewerte E_1 und E_2 sein:

$$\Delta E < |E_1 - E_2| \tag{26}$$

Durch Einsetzen von (25) in (26) folgt:

$$|E_1 - E_2| \cdot \Delta t > \hbar \quad \text{oder:} \quad \Delta t > \frac{\hbar}{|E_1 - E_2|}$$

in Übereinstimmung mit (24). Um also die Zustände mit den Energiewerten E_1 und E_2 experimentell unterscheiden zu können, muß sich die Messung über eine hinreichend lange Meßdauer Δt erstrecken.

2. Beispiel: Franck - Hertz - Versuch

Beim Franck-Hertz-Versuch stoßen freie Elektronen inelastisch auf Atome und bringen diese in angeregte Zustände. Aus dem Energieverlust der freien Elektronen lassen sich die Abstände der Energieniveaus im Atom bestimmen. Die Atome werden durch die freien Elektronen also offensichtlich in Zustände angeregt, die - wenn man von der Wechselwirkung der Atome mit dem Strahlungsfeld einmal absieht - als stationäre Zustände des Atoms

bezeichnet werden können. (Die zugehörigen Zustandsvektoren sind Eigenvektoren des kompletten atomaren Hamiltonoperators, wobei die Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld allerdings unberücksichtigt bleibt.) Warum aber werden die Atome beim Franck-Hertz-Versuch durch die freien Elektronen nur in stationäre Atomzustände und nicht auch in Überlagerungen aus zwei, drei oder mehr stationären Zuständen angeregt?
Die Zustände der stoßenden Elektronen können durch Wellenpakete mit einer Ortsunbestimmtheit Δx und einer Transportgeschwindigkeit v dargestellt werden (s.Abb. 68). Für die charakteristische Zeit τ von Wellenpaketen hatten wir auf S. 199 die Beziehung

$$\tau \approx \frac{\Delta x}{v} \tag{20}$$

gefunden. Wegen der Relation (18) können wir deshalb für die Energieunbestimmtheit ΔE der freien Elektronen schreiben:

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx \frac{\hbar \cdot v}{\Delta x} \tag{27}$$

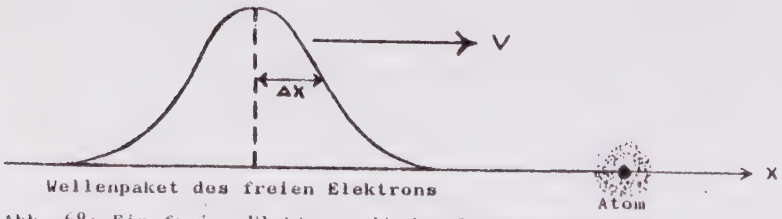


Abb. 68: Ein freies Elektron mit der Ortsunbestimmtheit Δx stößt mit der Geschwindigkeit v auf ein Atom.

Die Dauer Δt der Wechselwirkung zwischen dem sich bewegenden Wellenpaket und dem ruhenden Atom ist von der Größenordnung

$$\Delta t \approx \frac{\Delta x}{v} \tag{28}$$

denn die Elektronen des Atoms befinden sich ungefähr während dieser Zeitspanne im "Innern" des Wellenpaketes (s.Abb. 68). Für den angeregten Atomzustand resultiert somit wegen (23) aus der Wechselwirkung mit dem freien Elektron eine Energieunbestimmtheit

$$\Delta E_A \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \approx \frac{\hbar \cdot v}{\Delta x} \tag{29}$$

Vergleicht man (20) mit (28) und (27) mit (29), so wird folgendes deutlich: Die charakteristische Zeit τ stimmt größenordnungsmäßig mit der Wechselwirkungsdauer Δt überein, und die Energieunbestimmtheit ΔE des einfallenden Elektrons überträgt sich auf das angeregte Atom*):

$$\Delta E_A \approx \Delta E$$

Je schärfer die einfallenden Elektronen lokalisiert sind, desto größer ist die Energieunbestimmtheit ΔE_A der angeregten Atome. In den üblichen Elektronenröhren werden die Elektronen aber so präpariert, daß ihre Energieunbestimmtheit ΔE viel kleiner ist als der Abstand zwischen je zwei angeregten stationären Atomniveaus; ΔE_A kann daher nicht mehr als einen scharfen Energiewert des Atoms "überdecken", und deshalb ist der angeregte Zustand ein stationärer Zustand.

Wenn wir aber einmal annehmen, daß das stoßende Elektron z.B. auf der Strecke eines Atomdurchmessers lokalisiert ist ($\Delta x \approx 10^{-10}$ m), dann erhalten wir bei einem Energiemittelwert von E = 30 eV für die mittlere Geschwindigkeit v des stoßenden Elektrons:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{60\ eV}{10^{-30}\ kg}} \approx 3000\ \frac{km}{s}$$

Daraus ergibt sich eine Energieunbestimmtheit des stoßenden Elektrons von:

$$\Delta E \approx \frac{\hbar \cdot v}{\Delta x} \approx 19\ eV \quad (!)$$

Da sich die Energieunbestimmtheit des stoßenden Elektrons auf das angeregte Atom überträgt, würde das Atom durch ein solches Elektron sicher nicht in einen stationären Zustand angeregt werden, denn ΔE_A "überdeckt" jetzt mehrere stationäre Atomniveaus. Das mag zunächst etwas ungewohnt erscheinen, aber der

*) An diesem Beispiel wird bereits deutlich, daß sich die beiden Versionen der Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation (18) und (23) harmonisch ergänzen, und daß beide letztlich zu den gleichen Aussagen führen. (Näheres s.S. 212 ff)

nächste Abschnitt wird zeigen, daß Atome nicht nur theoretisch, sondern auch im Experiment in nichtstationäre Überlagerungen von stationären Zuständen gebracht werden können.

II.3. Beam - Foil - Spektroskopie

Die Beam-Foil-Spektroskopie (z.dt. Strahl-Folien-Spektroskopie) ist ein modernes Meßverfahren, dessen prinzipieller Versuchsaufbau in der Abbildung 69 dargestellt ist. Ein Protonenstrahl (allgemeiner: ein Ionenstrahl) von, um ein Beispiel zu nennen, 270 keV wird auf eine dünne Folie geschickt, in der sich viele Protonen jeweils ein Elektron "einfangen", so daß auf der anderen Seite ein Strahl von angeregten Wasserstoffatomen bekannter Geschwindigkeit v die Folie verläßt.

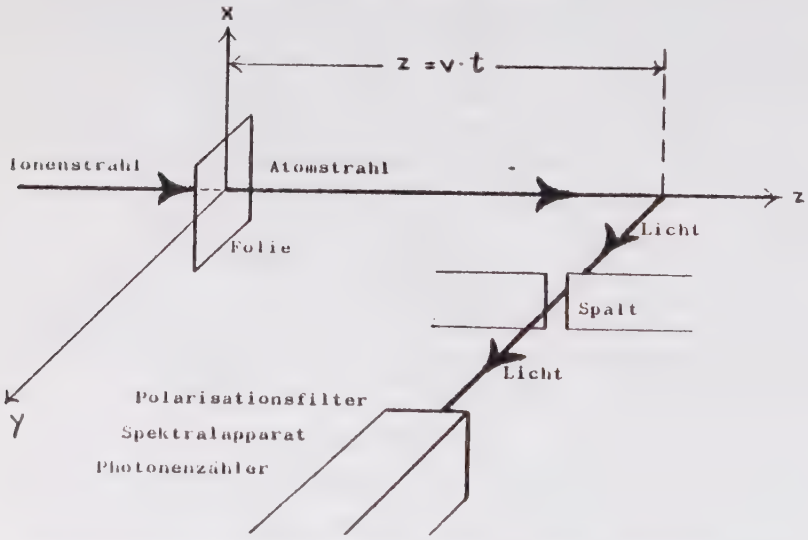


Abb. 69: Prinzipieller Versuchsaufbau von Beam-Foil-Experimenten

Im Abhängigkeit vom Abstand z hinter der Folie wird nun die Intensität I(z) des von den angeregten Atomen senkrecht zum Strahl ausgesandten Lichtes im Wellenlängenbereich einer Spektrallinie gemessen. Der Abstand z ist wegen der bekannten Geschwindigkeit v ein Maß für die Zeitspanne t seit der Anregung der Atome in der Folie.

Falls sich die Wasserstoffatome zur Zeit t = o, also beim Verlassen der Folie, in einem stationären Zustand befinden (z.B. im Zustand $^2P_{\frac{1}{2}}$ mit der Hauptquantenzahl n = 2), erwarten wir für die Intensität I(t) den in Abb. 70 dargestellten Verlauf, aus dem die Lebensdauer τ des angeregten Atomzustandes entnommen werden kann.

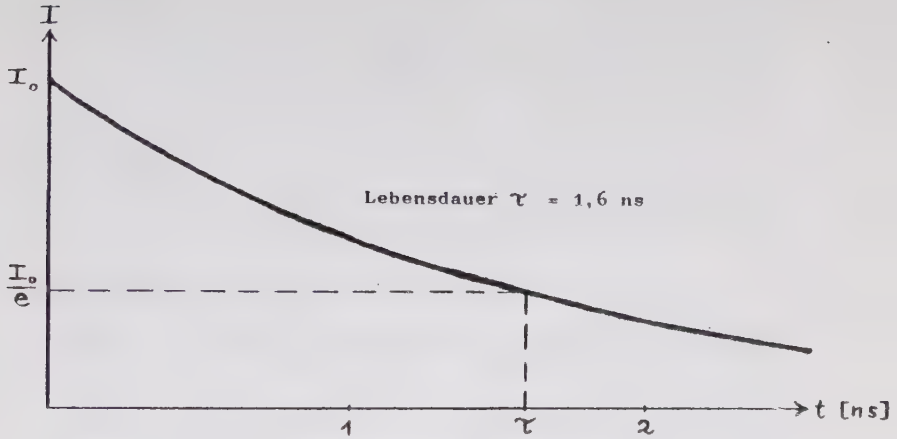


Abb. 70: Zu erwartende zeitliche Abhängigkeit der Strahlungsintensität I im Wellenlängenbereich der Lyman-α-Linie

Im Experiment wurde aber im Wellenlängenbereich der Lyman-α-Linie (n = 2 → n = 1) die folgende Zeitabhängigkeit von I(t) beobachtet:

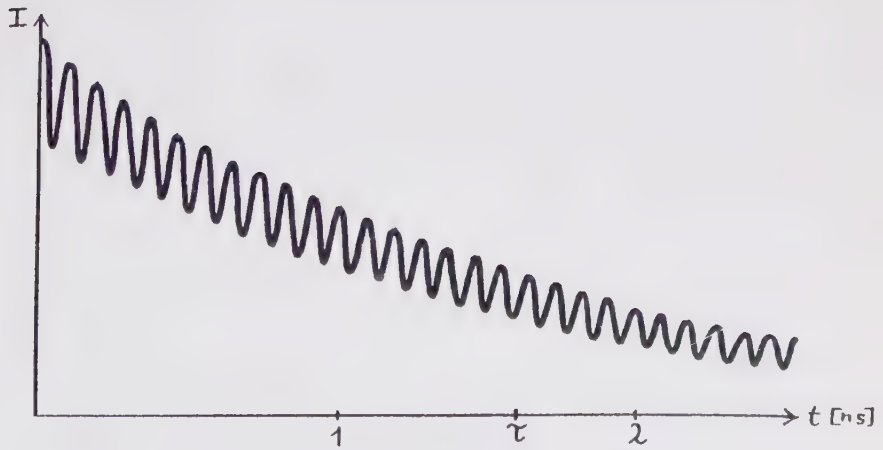


Abb. 71: Tatsächlich beobachtete zeitliche Abhängigkeit der Strahlungsintensität I im Wellenlängenbereich der Lyman-α-Linie

Dem exponentiellen Abfall mit der Lebensdauer $\tau = 1{,}6$ ns ist eine Oszillation mit der Schwingungsdauer $T = 0{,}09$ ns überlagert. Wie lassen sich nun diese Oszillationen erklären? Andrä u.a. /169-172/ nahmen an, daß die Atome in der Folie gar nicht in stationäre Zustände, sondern in Überlagerungen $\sum_m c_m |m\rangle$ aus zwei oder mehr stationären Zuständen $|m\rangle$ angeregt werden, und berechneten mit den Übergangsmatrixelementen des Dipoloperators $\vec{D}$ auf einfache Weise die zu erwartende zeitliche Abhängigkeit der Strahlungsintensität bei spontanem Übergang in einen tieferen stationären Zustand $|f\rangle$. Der Einfachheit halber wollen wir voraussetzen, daß der Anfangszustand $|\Psi(0)\rangle$ des Atoms eine Überlagerung aus nur zwei stationären Zuständen ist: $|\Psi(0)\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle$

$$\Longrightarrow \quad |\Psi(t)\rangle = c_1|1\rangle e^{-(i\frac{E_1}{\hbar} + \frac{1}{2\tau_1})t} + c_2|2\rangle e^{-(i\frac{E_2}{\hbar} + \frac{1}{2\tau_2})t} \qquad (30)$$

(τ_m ist die Lebensdauer und E_m die Energie des stationären Zustandes $|m\rangle$)

Wenn die beim Übergang nach $|f\rangle$ emittierte Strahlung durch ein in x-Richtung orientiertes Polarisationsfilter in den Spektralapparat gelangt, dann können wir für die beobachtete Strahlungsintensität $I_x(t)$ schreiben:

$$I_x(t) \sim \left| \langle f | D_x | \Psi(t) \rangle \right|^2 \qquad (31)$$

setzen wir (30) in (31) ein, so erhalten wir:

$$I_x(t) \sim A_1^2 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + A_2^2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} + 2A_1A_2 e^{-\frac{1}{2}(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2})t} \cos(\omega_{21}t + \varphi), \qquad (32)$$

wobei A_m eine Abkürzung für $|c_m| \cdot |\langle f | D_x | m \rangle|$ und ω_{21} eine Abkürzung für $\frac{E_2 - E_1}{\hbar}$ ist, während φ eine Phasenkonstante bezeichnet.

In der Gleichung (32) ist dem exponentiellen Abfall der Intensität nun in der Tat eine Oszillation wie in der Abbildung 71 überlagert, und zwar mit der Frequenz $\omega_{21} = (E_2 - E_1) / \hbar$. Die beiden angeregten stationären Zustände interferieren während der Strahlungsemission miteinander. Die beobachteten Intensitätsoszillationen werden deshalb quantum beats (Quantenschwebungen) genannt.*)

*) Die Schwebungen der Gleichung (32) entsprechen übrigens genau den Schwebungen zweier gedämpfter, gekoppelter Pendel.

Um zu klären, welche stationären Zustände bei den Quantenschwebungen der Lyman-α-Linie beteiligt sind, wollen wir uns jetzt das Niveau-Schema des Wasserstoffs für diesen Übergang ansehen (s.Abb. 72).

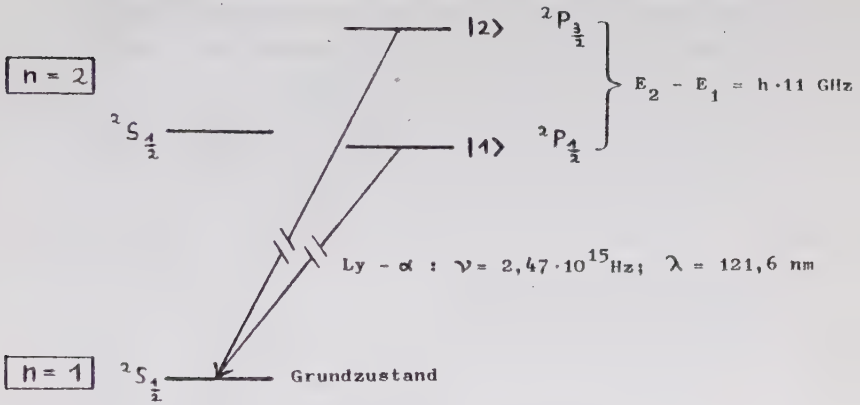


Abb. 72: Schema der Energieniveaus des Wasserstoffatoms für die Hauptquantenzahlen n = 1 und n = 2

Der Energiedifferenz $E_2 - E_1$ entspricht eine Frequenz von 11 GHz. Die zugehörige Schwingungsdauer T beträgt rund 0,09 ns. Das ist aber genau die Schwingungsdauer der bei der Lyman-α-Emission beobachteten Oszillationen. Die Wasserstoffatome sind demnach in der Folie in eine Überlagerung der stationären Feinstruktur - Dublett - Zustände $^2P_{\frac{1}{2}}$ und $^2P_{\frac{3}{2}}$ angeregt worden.

Man beachte, daß bei der Intensitätsmessung die ausgesandte Strahlung mit dem Spektralapparat nicht nach den Feinstrukturniveaus, sondern nur nach den Hauptniveaus (n= 1, 2, 3 usw.) aufgelöst worden ist; ansonsten hätte man die Interferenz der beiden Feinstruktur-Zustände und damit die Quantenschwebungen zerstört, genau so wie man beim Doppelspaltinterferenzversuch mit Elektronen das Interferenzbild zerstört, wenn man feststellt, durch welchen Spalt die Elektronen gegangen sind.

Die Abteilung der Gleichung (32) basiert auf einer naheliegenden Erweiterung der einfachen Dipoloperator-Rechnung, wie man sie im Spezialfall stationärer Anfangszustände des Atoms anwendet. Daß die Erweiterung auf nichtstationäre Anfangszustände

tatsächlich erlaubt ist, läßt sich mit einer Rechnung zeigen, die das gleiche Problem im Rahmen der grundlegenderen Theorie des Atoms im quantisierten Strahlungsfeld behandelt; unter Bedingungen, wie sie in den Beam-Foil-Experimenten erfüllt sind, führt dieser Ansatz auf das gleiche Ergebnis.

Warum aber werden die Atome in der Folie in nichtstationäre Zustände angeregt? Die Antwort darauf ist sehr einfach und wird durch die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation in der Form (23) gegeben: wegen der hohen Geschwindigkeit der Atome beträgt die Wechselwirkungsdauer Δt mit der sehr dünnen Folie nur ca. 10^{-14} s. Das entspricht nach (23) einer Energieunbestimmtheit

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-14}} \text{ J} \approx 0{,}06 \text{ eV},$$

und das reicht aus, um die Feinstrukturniveaus einer Hauptquantenzahl zu "überdecken", so daß der angeregte Atomzustand eine Überlagerung stationärer Feinstrukturzustände ist.

11.4. Gibt es zwei Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelationen?

Nachdem wir im Teil C und im Anhang zahlreiche Beispiele zur Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation diskutiert haben, soll nun der Versuch einer Zusammenfassung folgen, aber nicht im Sinne einer kurzen, gerafften Wiederholung, sondern vielmehr einer Zusammenführung der beiden besprochenen Formulierungen einer Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation, die durch die Beziehungen

$$\Delta E \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (18)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \qquad (23)$$

charakterisiert werden können.
Zur Erinnerung sei noch einmal gesagt, daß ΔE in (18) die Energieunbestimmtheit eines isoliert betrachteten (Gesamt-) Systems darstellt und τ eine charakteristische Zeitspanne

für die merkliche Veränderung des Systemzustandes ist. Die Unbestimmtheit ΔE in (23) bezieht sich aber nur auf ein Teilsystem, daß für die Zeitspanne Δt einer Störung bzw. Wechselwirkung ausgesetzt wird. Immer wenn man ein System insgesamt theoretisch erfaßt hat, wird man also auf die Relation (18) zurückgreifen, während die Beziehung (23) dann Verwendung findet, wenn man nur einen Teil des gesamten Systems quantentheoretisch beherrscht, was z.B. bei Meßprozessen mit den beteiligten makroskopischen Meßgeräten durchweg der Fall ist.

Wir wollen die beiden Formulierungen einer Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation nun zueinander in Beziehung setzen. Da die Relation (23) eine Folgerung aus der Störungstheorie darstellt, eine Störung aber immer durch die Wechselwirkung mit einem anderen System erzeugt wird, haben wir den auf S. 199 bereits diskutierten Fall zu betrachten, daß ein System A mit einem System B in Wechselwirkung tritt. Eine solche Wechselwirkung kann als Teil eines Meßprozesses angesehen werden. So lassen sich z.B. aufgrund der Wechselwirkung der Atome mit dem Strahlungsfeld mittels eines Spektralapparates die Abstände der atomaren Energieniveaus ausmessen. Der Hamiltonoperator für einen solchen Wechselwirkungsprozess ist bereits auf S. 203 angegeben worden:

$$H_{A+B} = H_A + H_B + W_{AB}$$

Mit H_A sei der Hamiltonoperator des Systems gemeint, an dem die Messung vorgenommen werden soll, und H_B bezeichne den Hamiltonoperator des Meßsystems, mit dessen Hilfe die Messung ausgeführt wird. W_{AB} beschreibt die Wechselwirkung zwischen den beiden Systemen.

Wir hatten bereits gesagt: Messen bedeutet in der Quantenphysik immer Stören; bei einer Messung müssen wir das System A mit einem Meßsystem B wechselwirken lasssen und - nun folgt der entscheidende Punkt - diese Wechselwirkung muß so lange aufrechterhalten werden, bis sich der Zustand des Gesamtsystems A + B merklich verändert hat. Damit die Spektrallinien einer

Atomart mit einem Spektralapparat ausgemessen werden können, müssen eben genügend Atome vom angeregten Zustand in einen tieferen übergegangen sein.

Der Zustand des Gesamtsystems, bestehend aus dem Objekt der Messung und der Meßapparatur, ist sicher kein stationärer Zustand, denn das würde bedeuten, daß sich insgesamt absolut nichts verändert. Dann kann aber auch nichts beobachtet oder gemessen werden. Jede Messung erfordert also eine merkliche Veränderung des Gesamtsystems. Die dazu notwendige Meßzeit Δt aus (23) entspricht somit der charakteristischen Zeit τ aus (18).

Die Veränderung des Gesamtsystems sollte aber gerade bei Energiemessungen nicht zu schnell erfolgen, denn schnelle Veränderung bedeutet eine kleine Zeitspanne τ, aber auch eine kurze Wechselwirkungsdauer Δt; nach (18) hat das ein großes ΔE bzgl. H_{A+B} zur Folge, und wegen (23) erhalten wir eine ähnlich große Energieunbestimmtheit für den ungestörten Hamiltonoperator $H_0 = H_A + H_B$ und damit auch für das System A.

Bei schwacher Kopplung W_{AB} lassen sich mit den stationären Zuständen des ungestörten Hamiltonoperators $H_o = H_A + H_B$ sehr genau die Abstände der Energieniveaus des Systems A messen. Die Energieunbestimmtheit des Gesamtsystems wird dann nämlich gleich ΔW_{AB} und damit wegen der schwachen Kopplung W_{AB} so klein, daß sich diese Zustände gemäß (18) sehr langsam verändern, was nach (23) wiederum eine geringe Unbestimmtheit für die Energiemessung am System A zur Folge hat. Als Beispiel sei hier an die enorme Schärfe der Spektrallinien erinnert, die ihre Ursache in der relativ schwachen Kopplung zwischen Atom und Strahlungsfeld hat.

Als Antwort auf die in der Überschrift dieses Abschnitts gestellte Frage "Gibt es zwei Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelationen?" können wir nun zusammenfassend sagen: Es gibt zwar zwei verschiedene Formulierungen einer Energie-Zeit-

Unbestimmtheitsrelation, und die in den zugehörigen Beziehungen (18) und (23) auftretenden Symbole haben auch eine unterschiedliche Bedeutung - aber wenn man beide Formulierungen auf dasselbe Problem anwendet, so ergänzen sie einander widerspruchsfrei und führen letztlich zu den gleichen Aussagen. Für einen Adressatenkreis, der mit dem Formalismus der Quantenphysik (noch) nicht vertraut ist, erweist sich jedoch die zu der Beziehung (23) gehörige Formulierung - die auch dem Teil C zugrunde gelegt wurde - als brauchbarer, und zwar primär aus den folgenden zwei Gründen: Erstens bezieht sich diese Formulierung auf den für die gesamte Physik grundlegenden Begriff der "Wechselwirkung" und zweitens vermeidet sie - im Gegensatz zur Beziehung (18) - den erst im Rahmen einer formalen Grundlegung der Quantenphysik ausreichend präzisierbaren Begriff der "merklichen Veränderung eines Zustandes".

LITERATURHINWEISE

/1/ W. Heisenberg: Zeitschrift für Physik 43 (1927), S. 172

/2/ Der an einer ausführlicheren Darstellung der historischen Entwicklung interessierte Leser sei verwiesen auf das Kapitel "Die Geschichte der Quantentheorie" in W. Heisenberg: "Physik und Philosophie", Stuttgart 1972, S. 12 - 26

/3/ W. Heisenberg: "Der Teil und das Ganze", München 1969, S. 108

/4/ M. Born: "Die große Synthese" in: "Louis de Broglie und die Physiker", Hamburg 1955, S. 124

/5/ G. Grawert: " Quantenmechanik I, II", Frankfurt 1969

/6/ D.I. Blochinzew: "Grundlagen der Quantenmechanik", Frankfurt/M. 1963

/7/ W. Franz: "Quantentheorie", Berlin 1971

/8/ A. Messiah: "Quantum Mechanics I, II", Amsterdam 1961

/9/ S. Flügge: "Rechenmethoden der Quantentheorie", Berlin 1965

/10/ Landau, Lifschitz: "Quantenmechanik", Berlin 1965

/11/ A.S. Dawydow: "Quantenmechanik", Berlin 1967

/12/ H.A. Kramers: "Quantum Mechanics", Amsterdam 1957

/13/ E. Fick: "Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie", Frankfurt/M. 1968

/14/ Becker, Sauter: "Theorie der Elektrizität", Band II, Stuttgart 1970

/15/ W. Macke: "Quanten", Leipzig 1959

/16/ G. Ludwig: "Die Grundlagen der Quantenmechanik", Berlin 1954

/17/ S. Flügge: "Lehrbuch der theoretischen Physik", Band IV, Quantentheorie I, Berlin 1964

/18/ H.S. Green: "Quantenmechanik in algebraischer Darstellung", Berlin 1966

/19/ Huber, Staub: "Einführung in die Physik", Band III/1, Atomphysik, München 1970

/20/ R. Schwaneberg: "Die Verknüpfung der Bereiche 'Wellen' und 'Quanten' in der Lehrerausbildung - dargestellt am Beispiel des Tunneleffektes", Der Physikunterricht 10 (1976), Heft 3, S. 36

/21/ D. Nachtigall: "Lehrerausbildung, Fachdidaktik und das didaktische System", Physik und Didaktik 4 (1976), S. 115

/22/ D. Nachtigall: "Die deutsche Bildungsmisere", Die Deutsche Schule 70 (1978), S. 131

/23/ D. Nachtigall: "Die Fachdidaktik als Berufswissenschaft der Lehrer", Physik und Didaktik 3 (1975), S. 29

/24/ R. Heege: "Zur Rolle der Sprache in der Physikdidaktik im Horizont von pragmatischer Information", Dissertation, PH Ruhr, Dortmund 1978, S. 1

/25/ A. Mann: "Physiklehrerausbildung als Randwertaufgabe", Physik und Didaktik 1 (1973), S. 245

/26/ D. Nachtigall, F. Siemsen: "Konzeptuelle Darstellung der Physik", physica didact. 4 (1977), S. 117

/27/ siehe /24/, S. 4

/28/ R. Heege: "Konzepte zwischen physikalischer Begrifflichkeit und biographischer Erfahrung: gegen 'Rezepte' für den Unterricht", physica didact. 4 (1977), S. 139

/29/ R. Heege: "Sprachliche Randbedingungen in der Physikdidaktik", physica didact. 4 (1977), S. 79

/30/ R. Heege: "Humanoptimales Lernen und 'Übung' im Horizont von pragmatischer Information", physica didact. 5 (1978), S. 3

/31/ M. Wagenschein: "Die pädagogische Dimension der Physik", Braunschweig 1971

/32/ M. Wagenschein: "Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken I,II", Stuttgart 1965, 1970

/33/ W. Jung: "Zur Behandlung der Atomphysik in der Sekundarstufe", Naturwissenschaften im Unterricht 19 (1971), S. 1

/34/ H. Naumer: "Atommodelle - ihre genetische Entwicklung", Der Physikunterricht 3 (1969), Heft 3, S. 13

/35/ M. Ganter: "Einführung der Atomphysik in der Haupt- und Realschule", Naturwissenschaften im Unterricht 24 (1976), S. 374

/36/ F. Jakubzik: "Atomphysik in der Hauptschule", Naturwissenschaften im Unterricht 19 (1971), S. 231

/37/ D. Mahl: "Atommodelle im Chemieunterricht der Realschule", Naturwissenschaften im Unterricht 23 (1975), S. 63

/38/ C.F.v.Weizsäcker: "Der Garten des Menschlichen", München 1977, S. 171

/39/ W. Braunbek: "Neue Physik", Stuttgart 1973

/40/ A.v.Cube (Hrsg.): "Die Welt des Atoms", München 1972

/41/ J. Andrade e Silva, G. Lochak: "Wellen und Teilchen", Frankfurt/M. 1974

/42/ P. Karlson: "Du und die Natur", Berlin 1950

/43/ A.S. Kompanejez: "Was ist die Quantenmechanik?", Frankfurt/M. 1971

/44/ R.E.Lapp: "Die Materie", Reinbek 1969

/45/ E. Zimmer: "Umsturz im Weltbild der Physik", München 1961

/46/ C. Jönsson: "Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten", Zeitschrift für Physik 161 (1961), S. 454

/47/ Feynman, Leighton, Sands: "Vorlesungen über Physik", Band III, Quantenmechanik, München 1971

/48/ Bader: "Quantenphysik", Hannover 1972

/49/ Kuhn: "Physik", Band III E,Quantenphysik, Braunschweig 1976

/50/ Brachner, Fichtner: "Quantenmechanik für Lehrer und Studenten", Hannover 1977

/51/ B.d'Espagnat: "Grundprobleme der gegenwärtigen Physik", Braunschweig 1971

/52/ W. Heisenberg: "Physik und Philosophie", Stuttgart 1972, S. 119 ff

/53/ "Louis de Broglie und die Physiker", Hamburg 1955

/54/ Physikalische Blätter 25 (1969), S. 110 ff

/55/ R. Heege, R. Schwaneberg: "Möglichkeiten für eine didaktische Aufbereitung quantentheoretischer Erkenntnisprobleme", DPG-Tagungsband, Fachausschuß Didaktik der Physik, Gießen 1978

/56/ M. Bunge: "The Interpretation of Heisenberg's Inequalities" in: H. Pfeiffer (Hrsg.): "Denken und Umdenken - Zu Werk und Wirkung von Werner Heisenberg", München 1977, S. 146

/57/ vgl. auch M. Bunge, A.J. Kálnay: "Welches sind die Besonderheiten der Quantenphysik gegenüber der klassischen Physik?" in: R. Haller, J. Götschl (Hrsg.): "Philosophie und Physik", Braunschweig 1975, S. 25

/58/ vgl. z.B. K.R. Atkins: "Physik", Berlin 1974, Kap. 20

/59/ vgl. z.B. F.S. Crawford: "Schwingungen und Wellen", Braunschweig 1974, Abschnitt 9.2.

/60/ vgl. z.B. R. Eisberg, R. Resnick: "Quantum Physics", New York 1974, S. 70 ff

/61/ siehe /59/, Abschnitt 6.4.

/62/ siehe /60/, S. 82

/63/ M. Planck: "Wege zur physikalischen Erkenntnis", Leipzig 1934, S. 194 f

/64/ C.F.v.Weizsäcker: "Werner Heisenberg", München 1977, S. 28

/65/ siehe /52/, S. 39

/66/ siehe /52/, S. 27

/67/ W. Heisenberg: "Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaft", Stuttgart 1959, S. 102

/68/ C.F.v.Weizsäcker: "Die Einheit der Natur", München 1972, S. 351 f

/69/ E.v.Weizsäcker: "Erstmaligkeit und Bestätigung als Komponenten der pragmatischen Information" in:
E.v.Weizsäcker (Hrsg.): "Offene Systeme I", Stuttgart 1974

/70/ siehe /68/, S. 252 f

/71/ W. Martienssen: "Einführung in die Physik IV", Wiesbaden 1976, S. 739 f

/72/ Brennecke, Schuster: "Felder, Wellen, Atome, Quanten", Braunschweig 1972, S. 247

/73/ W. Heisenberg: "Physikalische Prinzipien der Quantentheorie", Mannheim 1958, S. 16 f

/74/ Gerthsen, Kneser, Vogel: "Physik", Berlin 1977, S. 384 f

/75/ s.z.B. R.W. Pohl: "Optik und Atomphysik", Berlin 1963, S. 98 ff

/76/ siehe /73/, S. 21 f

/77/ siehe /74/, S. 134 f

/78/ N. Bohr: "Das Quantenpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik", Die Naturwissenschaften 16 (1928), S. 245

/79/ siehe /47/, Kap. 1 S. 8 ff, Kap.3 S. 6 ff

/80/ C.F.v.Weizsäcker: "Zum Weltbild der Physik", Stuttgart 1976, S. 42

/81/ siehe /80/, S. 49 f

/82/ siehe /75/, S. 65 ff

/83/ siehe /49/, S. 204 ff

/84/ K. Krämer, H. Kretzschmar, M. Bormann: "Organische Farbstoffmoleküle und linearer Potentialtopf", DPG-Tagungsband, Fachausschuß Didaktik der Physik, Gießen 1977, S. 244

/85/ siehe /19/, S. 424 ff

/86/ H. Goldstein: "Klassische Mechanik", Frankfurt/M. 1963, S. 76 ff

/87/ siehe /80/, S. 38 f

/88/ siehe /42/, S. 372 ff

/89/ Vgl.z.B. Falk, Ruppel: "Mechanik, Relativität, Gravitation", Berlin 1975, § 5 u. § 6

/90/ Ballif, Dibble: "Anschauliche Physik", Berlin 1973, S.588 ff

/91/ siehe /58/, S. 690 ff

/92/ I. Asimov: "Das Neutrino", Frankfurt 1971, S. 95 ff

/93/ Berichtet von V.F. Weisskopf in einem Podiumsgespräch unter dem Titel "Wohin führt uns die Physik?" während der 40. Physikertagung 1976 in Bonn

/94/ Alonso, Finn: "Physik III", Amsterdam 1974, Kap. 5

/95/ siehe /19/, S. 412 ff

/96/ Hemniger, Franck: "Chemie", Stuttgart 1966, S. 206-220

/97/ siehe /73/, S. 24 f

/98/ siehe /80/, S. 47

/99/ siehe /73/, S. 18

/100/ siehe /6/, § 34 und § 35

/101/ siehe /11/, § 17 und § 23

/102/ J. Piaget: "Die Entwicklung des Erkennens", Band II, Das physikalische Denken, Stuttgart 1973

/103/ siehe /80/, S. 27 ff und S. 48 f

/104/ D.W. Thompson: "Groth and Form", Cambridge 1968, Chap. II, On Magnitude

/105/ H.J. Jodl: "Übertragbarkeit von Begriffen in der Physik", Naturwissenschaften im Unterricht 23 (1975), S. 461 (1. Teil) Naturwissenschaften im Unterricht 24 (1976), S. 193 (2. Teil)

/106/ Alonso, Finn: "Physics", London 1972, S. 727

/107/ siehe /58/, S. 614 f

/108/ W. Finkelnburg: "Einführung in die Atomphysik", Berlin 1967, S. 155 f

/109/ siehe /19/, S. 201 f

/110/ siehe /71/, S. 679

/111/ H. Teichmann: "Einführung in die Atomphysik", Mannheim 1966, S. 39 f

/112/ E.H. Wichmann: "Quantum Physics", Berkeley Physics Course 4, New York 1971, S. 232 f

/113/ E. Zimmer: "Quantenphysik und Atombau", Frankfurt/M. 1968, S. 117 f

/114/ "An Approach to the Teaching of Quantum Mechanics" in: W. Price (Hrsg.): "Wave Mechanics, the First Fifty Years", London 1973, S. 411 ff

/115/ E. Lüscher: "Experimentalphysik II", Mannheim 1966, S. 108

/116/ siehe /19/, S. 306 ff

/117/ siehe /14/, S. 142 ff

/118/ siehe /115/, S. 259 ff

/119/ siehe /94/, S. 48 f

/120/ siehe /14/, § 5

/121/ siehe /48/, S. 71

/122/ siehe /50/, S. 80

/123/ vgl. dazu die unterhaltsame Diskussion des Tunneleffektes in /42/, S. 339 ff

/124/ siehe /58/, S. 678 ff

/125/ siehe /90/, S. 594 ff

/126/ siehe /108/, S. 195 ff, S. 246 f, S. 460 f, S. 497 f

/127/ Unger, Schulz: "Elektronische Bauelemente und Netzwerke I", Braunschweig 1971, S. 85 ff

/128/ siehe /80/, S. 70

/129/ siehe /58/, S. 678 ff

/130/ siehe /90/, S. 594 ff

/131/ P. Huber: "Einführung in die Physik", Band III/2, Kernphysik, München 1972, S. 197 ff

/132/ C.E. Maine: "Quantenphysik der Geistererscheinungen", in: "Science Fiction", Story-Reader 6, München 1976, S. 94 ff

/133/ siehe /19/, S. 166 ff

/134/ I. Newton: "Mathematische Prinzipien der Naturlehre", Darmstadt 1963, S. 25

/135/ H. Reichenbach: "Die philosophische Bedeutung der Wellen-Korpuskel-Dualität" in:
"Louis de Broglie und die Physiker", Hamburg 1955, S. 88

/136/ siehe /135/, S. 90

/137/ M. Born: Annalen der Physik, 6. Folge, Band 3 (1948), S. 107. In diesem Aufsatz wird gezeigt, daß die Wurzel des Zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik bereits in der Quantenmechanik enthalten ist.

/138/ siehe /135/, S. 93

/139/ vgl. die einfache Behandlung der virtuellen Teilchen in: /90/, S. 624-633

/140/ vgl. die amüsante Darstellung des Austausches virtueller Pionen in /42/, S. 382 ff

/141/ siehe /73/, S. 59 f

/142/ Dieser Aufsatz ist abgedruckt in:
N. Bohr: "Atomphysik und menschliche Erkenntnis", Braunschweig 1958, S. 32 ff

/143/ M. Born: "Die Relativitätstheorie Einsteins", Berlin 1969, S. 302 ff

/144/ siehe /89/, § 32 - § 34

/145/ siehe /80/, S. 40

/146/ siehe /3/, S. 110 f

/147/ siehe /52/, S. 32

/148/ siehe /52/, S. 33

/149/ N. Bohr: "Atomphysik und menschliche Erkenntnis", Braunschweig 1958, S. 26

/150/ K.M. Meyer-Abich: "Komplementarität - Die Sprache und die Einheit der Physik", Der Physikunterricht 12 (1978), Heft 1, S. 73

/151/ siehe /149/, S. 20 f

/152/ siehe /149/, S. 27

/153/ siehe /149/, S. 28

/154/ siehe /149/, S. 81

/155/ siehe /149/, S. 82

/156/ D. Nachtigall, G. Zeyer: "Praxisbezogene Lehrerausbildung", physica didact. 4 (1977), S. 65

/157/ D. Nachtigall, G. Zeyer; R. Heege: "Humanoptimales Lernen durch Physik-Übungen an der PH Ruhr, Dortmund", physica didact. 5 (1978), S. 27

/158/ N. Barth: "Optische Experimente als Hilfen bei einer Einführung in die Vorstellungen der Quantenphysik", Der Physikunterricht 8 (1974), Heft 4, S. 87

/159/ R. Schwaneberg: "Der Formalismus der Quantenphysik in der Lehrerausbildung - Fremdkörper oder integraler Bestandteil?", physica didact. 4 (1977), S. 123

/160/ vgl. z.B. die Argumentation in /50/, S. 73 f

/161/ G. Troup: "Zur Quantenmechanik", München 1970, S. 82

/162/ siehe /7/, § 26

/163/ siehe /8/, S. 319 f

/164/ siehe /13/, S. 211 f

/165/ F. Hund: "Das Korrespondenzprinzip als Leitfaden zur Quantenmechanik von 1925", Physikalische Blätter 32 (1976), S. 71

/166/ E.G. Harris: "Quantenfeldtheorie", München 1975, S. 38 ff

/167/ siehe /14/, S. 223 f

/168/ siehe /6/, S. 438 ff

/169/ H.J. Andrä: Nuclear Instruments and Methods 90 (1970), S.343

/170/ I.A. Sellin, J.A. Biggerstaff, P.M. Griffin: Physical Review A2 (1970), S. 423

/171/ D.J. Lynch, C.W. Drake, M.J. Algnard, C.E. Fairchild: Physical Review Letters 26 (1971), S. 1211

/172/ H.J. Andrä, P. Dobberstein, A. Gaupp, W. Wittmann: Nuclear Instruments and Methods 110 (1973), S. 301

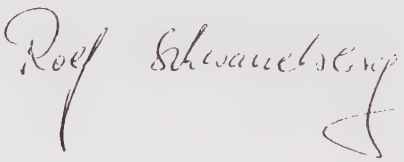
/173/ M. A. Pulaski: "Piaget", Ravensburg 1975

/174/ D. Nachtigall: "Schwierigkeiten der Physikdidaktiker" Tagungsband der DPG-Frühjahrstagung des Fachausschusses 'Fachdidaktik der Physik', Gießen 1978

L e b e n s l a u f

7. 6. 1949	geboren als Sohn des Kaufmanns Siegfried Schwaneberg und seiner Ehefrau Milly, geb. Dertwinkel, in Bad Salzuflen
Ostern 1955	Eintritt in die Volksschule Bad Salzuflen
Ostern 1959	Wechsel auf das Mathematisch-Naturwissenschaftliche Gymnasium Bad Salzuflen
Juli 1967	Abitur am selben Gymnasium
Oktober 1967 bis März1968	1 Semester Studium der Physik und Mathematik an der Universität Münster
1. 4. 1968 bis 30. 9. 1969	18 Monate Grundwehrdienst
Oktober 1969	Fortsetzung des Physik- und Mathematikstudiums an der Universität Münster
11. 9. 1970	Standesamtliche und Kirchliche Trauung mit Ulrike von der Horst, geb. am 10.10.1951 in Schwerte
12.10. 1971	Diplom-Physiker-Vorprüfung
25.10. 1971	Diplom-Mathematiker-Vorprüfung
Oktober 1971 bis Juni 1975	Tätigkeit als Übungsgruppenleiter in der Physikausbildung an der Universität Münster
Oktober 1973	Fächerprüfung als Teil der Diplom-Physiker-Hauptprüfung
November 1973 bis Mai 1975	Anfertigung der Diplomarbeit

September 1974 bis jetzt	Erteilung von selbständigem Unterricht am Ruhrtalgymnasium Schwerte
Juni 1975	Abgabe der Diplomarbeit und Abschluß des Studiums als Diplom-Physiker
Juli 1975 bis Juni 1976	Doktorand in der Abteilung "Physik und ihre Didaktik" der PH Ruhr, Dortmund
Juli 1976 bis März 1977	Wissenschaftliche Hilfskraft an der PH Ruhr, Dortmund
1. 4. 1977	Ernennung zum Wissenschaftlichen Assistenten an der PH Ruhr, Dortmund
Dezember 1978	Abschluß der Dissertation



Koffler-Druck · Schwanenstraße 30 · 4600 Dortmund 1 · Ruf 52 30 34